

# СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА БАЗЕ ОБОБЩЕННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

**Известно, что производство качественной продукции, удовлетворяющей всем требованиям нормативно-технической документации, возможно лишь при условии налаженного и стабильного технологического процесса. Но как бы он ни был хорошо налажен, со временем по различным причинам происходит его постепенная разладка, требующая вмешательства специалистов.**

**Д**ля выяснения состояния технологического процесса добрую службу могут оказать статистические методы, но при обязательном условии, что закон распределения контролируемого параметра заранее известен. С помощью этих методов оцениваются точность и стабильность технологических процессов, осуществляется их регулирование, расчет ожидаемого процента брака и т.д.

Однако на предприятиях Республики Беларусь статистические методы пока не нашли должного применения. Сегодня для производства конкурентоспособной продукции и ее сертификации обойти эти методы просто невозможно. К сожалению, многие инженеры и руководители в недостаточной степени владеют ими, потому что в их вузовской программе либо вообще не было курса теории вероятностей и математической статистики, либо мало внимания уделялось практическому применению этих дисциплин. Кроме того, в современной учебной литературе отсутствуют эффективные методы моделирования, анализа и прогнозирования статистических распределений случайных величин, что является главным сдерживающим фактором широкого применения статистики на практике.

Многочисленные ГОСТы по методам расчета точности и стабильности технологических операций, вычислению ожидаемого процента брака, методам регулирования технологических процессов и т.д. также не решают всех проблем, связанных с уменьшением брака до допустимого уровня. ГОСТы разрабатываются, как правило, на базе двух-трех широкоизвестных распределений, основным из которых являет-

ся нормальный закон. Конечно же, этих распределений оказывается недостаточно, чтобы с необходимой точностью описать все многообразие статистических распределений контролируемых параметров и вычислить показатели, характеризующие состояние технологического процесса, а также оценить эффективность мероприятий по уменьшению процента брака.

А это, в свою очередь, порождает у некоторых руководителей высшего звена пренебрежительное отношение к возможностям статистических методов и не прибавляет энтузиазма для их использования.

Кроме того, низкое качество продукции в большей степени определяется устаревшим оборудованием и технологиями. Поэтому проблемой №1 является замена устаревшего оборудования новым, что требует вложения больших средств. Но пройдет 10—15 лет, и эта проблема возникнет вновь.

Те же перемены происходят и в науке, где на смену одним теориям приходят другие, и этот процесс также идет с большим трудом.

Вернемся к методам прикладной статистики.

Повышение качества продукции достигается путем статистического регулирования технологического процесса, например, с помощью контрольных карт. Но для этого предварительно необходимо провести статистический анализ технологического процесса при установившемся состоянии. Целью статистического анализа являются:

- установление закона распределения контролируемого параметра;
- анализ точности и стабильности технологического процесса;
- определение значений показателей точности, стабильности технологического процесса и возможного уровня брака при заданном конструкторском допуске.

Главным пунктом статистического анализа считается правильное установление закона распределения контролируемого параметра, поскольку закон распределения является наиболее полной характеристикой случайной величины и позволяет вычислять все необходимые показатели.

К сожалению, вопрос установления закона распределения по статистическим данным в прикладной статистике разработан недостаточно.



Чтобы хоть каким-то образом его решить, математиками была придумана процедура, состоящая из двух этапов.

На первом этапе на основании анализа статистических данных и личного опыта специалиста выдвигается гипотеза о выравнивающем распределении и вычисляются оценки параметров.

На втором этапе осуществляется проверка соответствия выдвинутой гипотезы имеющимся статистическим данным.

Выдвигая последовательно все новые и новые гипотезы и проверяя каждую из них по критериям согласия, специалист по контролю качества продукции пытается подобрать подходящее теоретическое распределение, чтобы с его помощью рассчитать необходимые показатели. Но наилучшего выравнивающего распределения он может и не найти при использовании классического метода поиска, т.е. перебора известных ему распределений. Для точного и однозначного решения этой проблемы требуются совершенно новые, современные подходы, о чем пойдет речь ниже.

Как показала практика, известные распределения, обычно используемые при статистическом анализе технологических процессов, не могут с удовлетворительной точностью описать все многообразие статистических рядов распределения контролируемых параметров, и, следовательно, их применение не дает ожидаемого экономического эффекта. Поэтому неудивительно, что статистические методы анализа и регулирования технологических процессов на многих предприятиях используются не по существу, а лишь формально и в результате не оказывают практически никакого влияния на повышение качества продукции. Отсюда — нежелание руководителей предприятий тратить необходимые средства на разработку или приобретение системы статистического анализа и регулирования технологических процессов. А ведь она составляет одно из важнейших звеньев системы управления качеством продукции.

Этому в немалой степени способствует сложившаяся в прикладной статистике ситуация. А она сравнима с той, которая сложилась в химии накануне создания «Периодической системы элементов» Д.И. Менделеева — было известно достаточно много элементов, в некоторой степени изучены их свойства, но не хватало главного — «Периодического закона», позволявшего предсказывать существование еще не открытых элементов и их свойства.

Следовательно, главная задача прикладной статистики на данном этапе, без решения которой невозможна разработка эффективной системы статистического анализа технологических процессов, — это создание своего рода «Периодической системы распределений», исследование их свойств, определение критериев для установления закона распределения случайной величины по статистическому распределению, наконец, разработка новых методов оценивания параметров, что представляет собой весьма сложную задачу.

Задача построения универсальных вероятностных моделей для выравнивания широкого класса статистических распределений ставится не впервые.

Еще в 1895г. английский статистик К. Пирсон предложил свое семейство непрерывных распределений, заданное в виде дифференциального уравнения. Это семейство распределений он получил путем выравнивания дискретного гипергеометрического распределения. Им же был предложен

метод моментов для нахождения оценок параметров выравнивающих (теоретических) распределений (назовем его классическим методом моментов).

Существенным недостатком семейства распределений К. Пирсона, по нашему мнению, является отсутствие обобщенной плотности, представленной в явном виде, что сильно ограничивает возможности его использования на практике. Кроме того, метод моментов не позволяет находить оценки параметров тех распределений, в том числе принадлежащих семейству К. Пирсона, которые не имеют моментов высших порядков (3-го или 4-го). Поэтому разработка системы непрерывных распределений, более широкой, чем семейство кривых К. Пирсона, а также новых методов оценивания параметров имела бы большое значение как в теоретических, так и прикладных исследованиях, в том числе для оценки состояния технологических процессов.

Работы в этом направлении проводились в течение длительного времени. В 1912г. английский статистик Р. Фишер предложил новый метод оценивания параметров практически любых распределений — метод наибольшего правдоподобия. Однако и этот метод имеет серьезные недостатки, и главный из них — отсутствие критериев для установления типа выравнивающего распределения.

Таким образом, задача установления типа выравнивающей кривой распределения и нахождения оценок параметров к настоящему времени далеко не решена. И это неудивительно. Поскольку не было создано обобщенных распределений (более широких, чем семейство К. Пирсона), то не было и необходимости, а также возможности разработки более общих методов установления типа выравнивающего распределения и нахождения оценок параметров, ибо только при исследовании свойств обобщенных распределений можно найти подходы к решению столь сложной задачи.

За последние 100 лет с момента опубликования К. Пирсоном своего семейства распределений предпринимались неоднократные попытки разработать другие семейства распределений, но несмотря на огромные затраты труда (не менее тысячи человеко-лет!), более удачных решений предложено не было. Тогда некоторые ученые пришли к выводу, что построение обобщенных распределений невозможно, и продолжали интенсивно развивать непараметрические методы.

В 1975г. автору настоящей статьи удалось получить обобщенное распределение, заданное четырехпараметрической плотностью вида

$$p(t) = Nt^{\gamma-1}(1 - \alpha u t^{\beta})^{\frac{1}{u}-1}.$$

Эта плотность описывает систему непрерывных распределений существенно положительных случайных величин.

Из этого обобщенного распределения, которое можно также записать как пятипараметрическое

$$p(t) = N(t-l)^{\gamma-1} \left(1 - \alpha u (t-l)^{\beta}\right)^{\frac{1}{u}-1},$$

нетрудно получить другие обобщенные распределения как функции случайного аргумента  $t$ , а также множество частных случаев. Например, при  $\beta=2$ ,  $\gamma=1$ ,  $u \rightarrow 0$  имеет нормальный закон; при  $\beta=\gamma$ ,  $u \rightarrow 0$  — распределение Вейбулла и т.д. А при  $\beta=1$  из последней формулы получаем значительную часть распределений К. Пирсона.



При использовании обобщенных (универсальных) распределений задача установления типа выравнивающей кривой по статистическому ряду распределения значительно упрощается, поскольку не требуется выдвижения множества гипотез о выравнивающем распределении и проверки каждой из них по критериям согласия. Но чтобы это преимущество обобщенных распределений использовать практически, необходимо разработать критерии, которые позволяли бы однозначно устанавливать тип выравнивающей кривой распределения, а также создать совершенно новые методы оценивания параметров, поскольку известные методы в данном случае оказываются малоприменимыми (см. методы К. Пирсона и Р. Фишера).

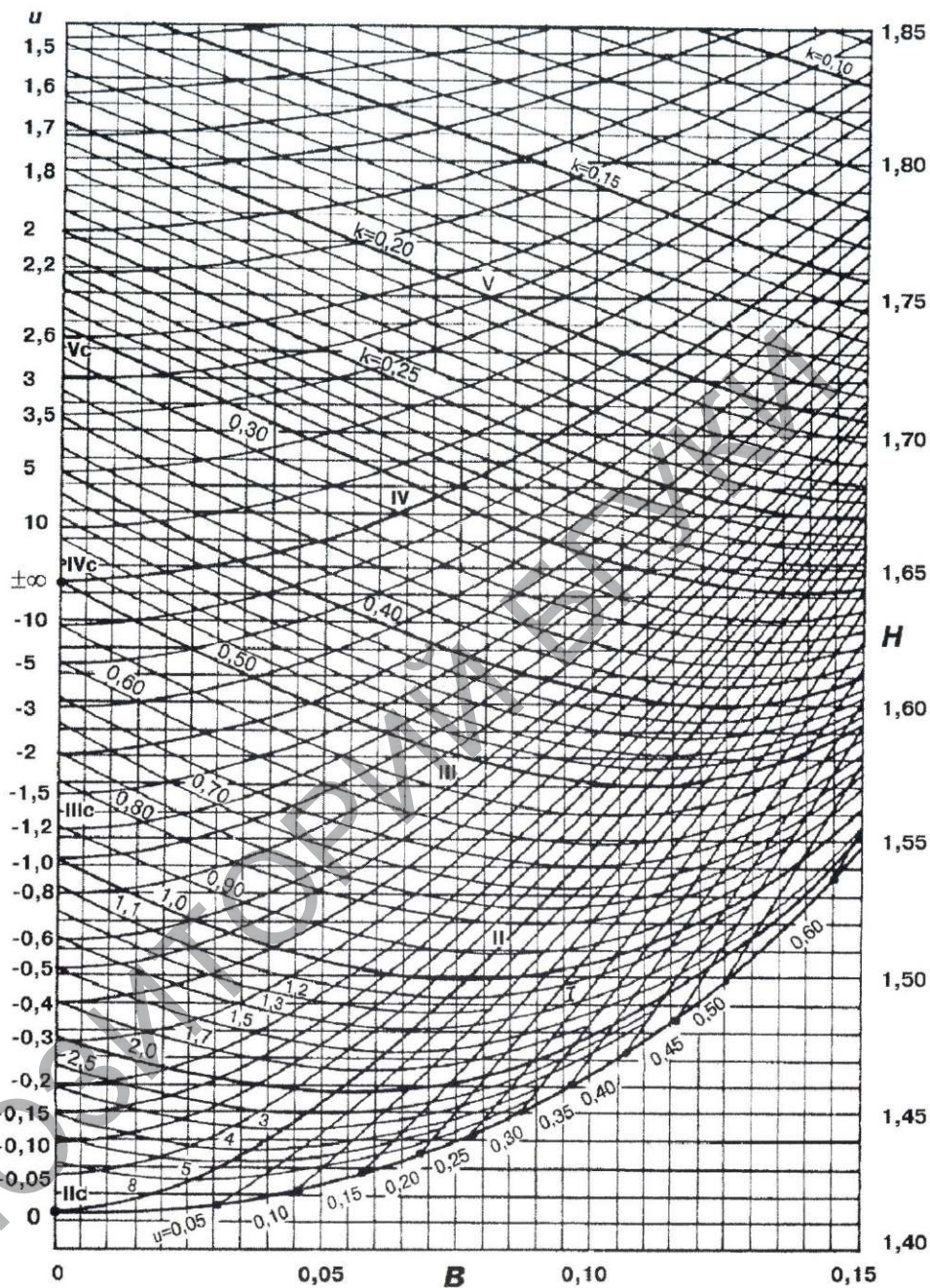
Следовательно, построение систем непрерывных распределений — это лишь начало большой работы, включающей исследование обобщенных распределений, их классификацию, разработку новых общих критериев для установления типа выравнивающей кривой, разработку совершенно новых методов оценивания параметров и, наконец, доведение полученных результатов до программной реализации.

Без решения всех перечисленных задач невозможно успешное использование обобщенных распределений на практике.

В результате многолетних исследований автором были найдены критерии  $B$ ,  $H$ , которые зависят лишь от двух параметров формы  $k=\gamma/\beta$ ,  $u$ , а также разработан общий устойчивый метод оценивания параметров, т.е. такой метод, который мало чувствителен к выбросам на концах статистического распределения.

С помощью критериев  $B$ ,  $H$  устанавливается тип выравнивающей кривой и находятся оценки параметров  $k$ ,  $u$  (см. номограмму). Оценки двух других параметров —  $\alpha$ ,  $\beta$  — вычисляются по простым формулам.

На номограмме (точнее, ее небольшой части, так как она продолжается вниз и влево) нормальный закон представлен точкой  $B=0$ ,  $H=\sqrt{2}$ ; гамма-распределение и некото-



Номограмма для установления типа выравнивающего распределения и нахождения оценок параметров  $u$ ,  $k$  по общему устойчивому методу В.Нешитого.

рые другие — кривой  $u \rightarrow 0$  и т.д. Каждая точка на номограмме соответствует конкретному закону распределения.

Новый метод оценивания параметров можно изложить на нескольких страницах, но реализовать на ПЭВМ весьма сложно, так как это связано с разработкой многочисленных алгоритмов, позволяющих создавать компьютерные программы. К настоящему времени первые варианты таких программ автором созданы.

Обобщенные распределения могут успешно применяться для статистического анализа и регулирования технологических процессов, в теории надежности, в научных ис-



следованиях, экономике, медицине, биологии, социологии, технике и т.д. При этом в зависимости от свойств случайной величины выбирается подходящая система непрерывных распределений, обладающая этими свойствами. Далее по соответствующим критериям вычисляется тип выравнивающей кривой (а не выдвигается гипотеза о выравниваемом распределении!) и находятся оценки параметров. Затем можно вычислять любые интересующие нас показатели, а также прогнозировать статистическую структуру выборки.

Наличие обобщенных распределений и методов оценивания параметров, доведенных до программной реализации, значительно упрощает и ускоряет процедуру нахождения наилучшей выравнивающей кривой распределения, поскольку она вычисляется на основе статистических данных за один прием без перебора отдельных частных случаев. Этим достигается новый, значительно более высокий уровень точности решения прикладных задач, связанных с выравниванием статистических распределений производственных погрешностей.

Использование обобщенных вероятностных моделей, алгоритмов, методов и программных средств может дать весьма значительный экономический эффект, а без их использования невозможно наладить выпуск конкурентоспособной продукции.

В заключение следует отметить, что многие проблемы, связанные с практическим использованием обобщенных распределений, еще ждут своего решения. На это потребуется много труда и времени.

Чтобы ускорить применение этих методов на практике, необходимо решить многие задачи, в том числе:

- организовать подготовку специалистов по современным методам статанализа на базе обобщенных вероятностных моделей путем включения в вузовскую программу соответствующего спецкурса;
- довести имеющиеся программные средства до практического использования на предприятиях Республики Беларусь;
- создать постоянно действующие курсы повышения квалификации работников промышленных предприятий, ответственных за качество продукции, с целью освоения ими современных методов статанализа и регулирования технологических процессов на базе обобщенных распределений и соответствующих программных средств;
- организовать издание учебных пособий, методических рекомендаций, монографий по использованию обобщенных распределений в науке, технике, производстве;
- разработать новые или откорректировать существующие ГОСТы по статанализу и регулированию технологических процессов с учетом использования обобщенных распределений и необходимых программных средств.

Решение этих задач важно не только с точки зрения повышения качества продукции, но и для утверждения приоритета Республики Беларусь в вопросах разработки современных методов статанализа и регулирования технологических процессов на базе обобщенных распределений, ибо нигде в мире эти задачи до сих пор не решены, а у нас они уже доведены до программной реализации. Несмотря на это наши специалисты по качеству предпочитают ездить за опытом в другие страны, вместо того, чтобы использовать более эффективно отечественные разработки.

*В.В. Нешиной, док. техн. наук*