Беларускі універсітэт культуры

На правах рукапісу

УДК 658.512.22.011.56

ГАНЧАРОВА Святлана Аляксандраўна

ГЕАМЕТРЫЧНАЕ КАНСТРУЯВАННЕ НА АСНОВЕ МАТЭМАТЫЧНЫХ І КІБЕРНЕТЫЧНЫХ МЕХАНІЗМАЎ ІЕРАРХІЧНЫХ МНОГАЎЗРОЎНЕВЫХ СІСТЭМ

05.13.12 - сістэмы аўтаматызацыі праектавання

Дысертацыя

на суісканне вучонай ступені
кандыдата тэхнічных навук

Навуковы кіраўнік
кандыдат тэхнічных навук,
дацэнт Бураўкін А.Г.

Мінск 2000

ЗМЕСТ

ПЕРАЛІК УМОЎНЫХ АБАЗНАЧЭННЯЎ

САПР - сістэма аўтаматызацыі праектавання

АІС - аўтаматызаваныя інфармацыйныя сістэмы

АСК ТПВ - аўтаматызаваная сістэма кіравання тэхналагічнай падрыхтоўкай вытворчасці

СКБЗ - сістэма кіравання базай звестак

ПЗ - праграмнае забеспячэнне

ЛПК - лікавае праграмнае кіраванне

МКЭ - метад канечных элементаў

МГЭ - метад гранічных элементаў

CAD - computer aided design

BR - boundary representation

CSG - constructive solid geometry

УВОДЗІНЫ

Стан эканомікі, жыццёвы ўзровень насельніцтва, абароназдольнасць дзяржавы азначаюцца яе навукова-тэхнічным і вытворчым патэнцыялам. Усё большую каштоўнасць набывае здольнасць прамысловасці апаратыўна забяспечваць выпуск якаснай прадукцыі з адначасовым скарачэннем тэрмінаў, хутчэй ствараць і ўкараняць новыя распрацоўкі.

Ва ўсім свеце паскоранымі тэмпамі ажыццяўляецца мадэрнізацыя вытворчасці на базе ўкаранення навейшых інфармацыйных тэхналогій шляхам стварэння інтэграваных вытворчых камп'ютэрызаваных сістэм [1].

Адным з важнейшых шляхоў паскарэння навукова-тэхнічнага прагрэсу і павышэння эфектыўнасці вытворчасці з'яўляецца аўтаматызаванае праектаванне з выкарыстаннем ЭВМ і матэматычных метадаў. Сучасныя задачы, узнікаючыя перад навукай і вытворчасцю, выклікаюць неабходнасць праектавання ўсё больш складаных тэхнічных аб'ектаў у сціслы тэрмін. Задаволіць супярэчлівыя патрабаванні павышэння складанасці аб'ектаў, сціскання тэрмінаў і паляпшэння якасці праектавання дазваляе шырокае прымяненне вылічальнай тэхнікі для рашэння праектных задач (аўтаматызаванае праектаванне).

Апошнія дзесяцігоддзі характарызаваліся глыбокай распрацоўкай навуковых асноў тэорыі аўтаматызаванага праектавання. Значны ўклад у яе развіццё ўнеслі беларускія вучоныя, у тым ліку член-карэспандэнт АНБ Г.К.Гаранскі [2].

Пытанням аўтаматызаванага праектавання прысвечана вялікая колькасць работ, сярод якіх работы Махнача У.І., Наранкова І.П., Осіпава У.А., Пятрэнкі А.І., Раковіча А.Г., Рымскага Г.В., Старадзеткі Я.А., Танаева В.С., Цвяткова В.Д., Ярмаша М.А. [3-10] і др., а таксама цэлы шэраг іншых вынікаў, напрыклад, [11-14]. Сярод замежных трэба адзначыць [15,16].

Камп'ютэрныя тэхналогіі забяспечваюць рост якасці праектуемых вырабаў за кошт удасканалення метадаў праектавання, улічваючых магчымасці сучасных хуткасных вылічальных комплексаў і сістэм, а таксама метадаў і праграмных сродкаў матэматычнага мадэлявання складаных тэхнічных аб'ектаў. Інтэнсіўнае развіццё аўтаматызацыі праектавання прывяло да з'яўлення кірунку "вылічальная геаметрыя", які ў наш час стаў самастойнай дысцыплінай у галіне распрацоўкі алгарытмаў рашэння геаметрычных задач з дапамогай ЭВМ і з'яўляецца неад'емнай часткай аўтаматызацыі праектавання. Тэрмін "вылічальная геаметрыя" у адносінах да САПР упершыню скарыстаў Форэст А. [17], які даў азначэнне вылічальнай геаметрыі - гэта прадстаўленне ў ЭВМ, аналіз і сінтэз інфармацыі аб геаметрычным вобразе.

Цэлы шэраг прыкладных абласцей, такіх як распазнанне вобразаў, машынная графіка, апрацоўка выяў, машыннае праектаванне, робататэхніка, з'яўляюцца асяроддзем, у якім сфарміравалася гэта дысцыпліна. Работы, якія маюць дачыненне да дадзенага кірунку даследаванняў, адлюстроўвае бібліяграфія, прадстаўленая ў рабоце [18].

Асобую роль у аўтаматызаваным праектаванні іграюць мадэлі і метады рашэння геаметрычных задач. Геаметрычная інфармацыя і задачы складаюць значную частку задач праектавання.

САПР - адна з асноўных вобласцей прымянення сістэм геаметрычнага мадэлявання і машыннай графікі. Цэнтральным месцам у САПР гістарычна было стварэнне і прадстаўленне формы. Па гэтай тэме распрацаваны магутныя сродкі канструявання, азначэння і аналіза трохмерных цел, крывых і паверхняў. Гэтыя сродкі складаюць базіс многіх САПР [19-21].

У апошні час вялікую ўвагу ўдзяляюць праблеме ўніфікацыі прадстаўлення геаметрычнай [22] і графічнай інфармацыі як у нас, так і за мяжой. (Сістэмы GKS, CORE, і др., айчынныя - пакеты ГРАФОР, ГІМАП, ФАП-КФ, СІГАМ, СІМАК і інш.)

На вялікую значнасць уніфікацыі геаметрычнай і графічнай інфармацыі указвалі такія даследчыкі як Кімура Т., Безье П., Прінс М.Д., Гілой В., Завьялаў Ю.С., Осіпаў У.А., Фралоў С.А., Клімаў В.Е., Старадзетка Я.А., Гарэлік А.Г. і інш.

Тэарэтычныя пытанні ўніфікацыі прадстаўлення інфармацыі распрацаваны недастаткова. Адным з такіх пытанняў з'яўляецца стварэнне і выкарыстанне адзінай геаметрычнай мадэлі. Традыцыйныя сістэмы геаметрычнага мадэлявання маюць справу з аднароднымі аб'ектамі адной выбранай размернасці. Неабходна сістэма прадстаўленняў, у якой пераход між геаметрычнымі аб'ектамі размернасцей 1, 2, 3 выконваўся б у межах гэтага ж прадстаўлення.

Прызначэнне матэматычнай мадэлі - дакладнае прадстаўленне праектуемага тэхнічнага аб'екта з мэтай інжынернага аналіза разнастайных варыянтаў праекта і выбару лепшага з іх. Як правіла, інжынерны аналіз суправаджаецца імітацыяй паводзін аб'екта ў розных умовах яго функцыявання. Акрамя канструявання формы, у апошні час значна павялічылась неабходнасць распрацоўкі мадэлей і метадаў у галіне канструявання механізмаў, робататэхнікі і камп'ютэрнай анімацыі для праектавання і аналіза кінематыкі і дынамікі рухаў і механізмаў. Гэтыя сродкі патрэбныя пры канструяванні вырабаў з больш складанай геаметрыяй, якая ўключае рухомыя часткі, а таксама для распрацоўкі, аналіза і аптымізацыі вытворчых працэсаў [23].

У апошнія гады робяцца спробы прымяніць геаметрычныя метады САПР да праектавання рухаў [24]. Дастасаванне метадаў аўтаматызаванага канструявання да задач анімацыі і робататэхнікі набліжае да ўніфікаванага падыходу ў праектаванні формы, рухаў і механізмаў. Бліжэй да стратэгічнай мэты - распрацаваць метады для канструявання вырабаў і аналіза іх вытворчасці, адначасова маючы на ўвазе форму, кінематыку і дынаміку, што палепшыць паток дадзеных з САПР у вытворчасць і прывядзе да палепшаных метадаў праграмавання і кіравання прамысловымі робатамі і станкамі з ЛПК.

У абзорах [25,26] апісаны падыходы да рашэння задач праектавання рухаў, у [27,28]- да імітацыі дэфармацый.

Распрацаваныя сродкі не могуць быць выкарыстаны ў нязменным выглядзе з-за іх надзвычайнай спецыялізаванасці, арыентацыі на выкарыстанне ў рамках канкрэтных сістэм, а таксама адсутнасці алгарытмічнай паўнаты.

Таму распрацоўка сродкаў імітацыі рухаў і дэфармацый у рамках адзінай мадэлі і метадаў іх рэалізацыі - актуальная навуковая задача, рашэнне якой накіравана ў канечным выпадку на паскарэнне распрацоўкі новых вырабаў і ўкараненне іх у вытворчасць.

Гэта дысертацыйная работа прысвечана стварэнню і даследаванню тэорыі, метадаў і алгарытмаў імітацыі звязаных рухаў і дэфармацый.

Вывучэнне дынамікі аб'екта канструявання, імітацыя яго рухаў (дзеянняў) у навакольным свеце і змены яго будовы (дэфармацыі) вядуцца ўжо на працягу больш за 20 гадоў. Сёння можна канстатаваць вялікую колькасць разнастайных метадаў і алгарытмаў у гэтым кірунку. Падобная разнастайнасць сведчыць аб адсутнасці адзінага здавальняючага метада і аб актуальнасці далейшага вывучэння азначаных задач.

АГУЛЬНАЯ ХАРАКТАРЫСТЫКА РАБОТЫ

Актуальнасць тэмы. Працэс стварэння геаметрычнага прадстаўлення (геаметрычнага выраза) аб'екта канструявання, які звычайна называецца геаметрычным канструяваннем, ляжыць у аснове сістэм аўтаматызаванага праектавання (САПР), інжынернага аналіза і тэхналагічнай падрыхтоўкі вытворчасці. Геаметрычнае канструяванне зараз склалася ў самастойны кірунак агульнай тэорыі і практыкі САПР, а сістэмы геаметрычнага канструявання разглядаюцца як асноўныя падсістэмы САПР. Такім чынам геаметрычны выраз аб'екта канструявання мусіць быць узгоднены з усімі стадыямі працэса аўтаматызаванага канструявання. Асаблівую значнасць гэты выраз мае ў разліках рухаў і дэфармацый у задачах інжынернага аналіза.

З развіццём вылічальнай тэхнікі пашыраецца круг метадаў, якія ўжываюцца для рашэння задач геаметрычнага канструявання. Распрацоўка геаметрычных выразаў і даследаванне іх уласцівасцяў прыцягвае пільную ўвагу ва ўсім свеце. Найбольш значныя поспехі ў стварэнні матэматычнага і праграмнага забеспячэння сістэм прадстаўлення і апрацоўкі графічнай інфармацыі і геаметрычнага канструявання належаць ЗША, Японіі і некаторым краінам Заходняй Еўропы.

У сучасных сістэмах аўтаматызаванага канструявання можна выдзеліць два асноўных класы геаметрычных выразаў - гранічнае прадстаўленне (Boundary Representation, BR) і канструктыўная геаметрыя 3-мерных аб'ектаў (Constructive Solid Geometry, CSG). Згаданыя прадстаўленні арыентаваны на адасобленае даследаванне руху і дэфармацыі аб'екта канструявання і не ўлічваюць іх сувязі.

Немагчымасць рашэння задач узгодненага змянення структур розных узроўняў (сувязі рухаў і дэфармацый) абумоўлена, у першую чаргу, абмежаванасцю існуючага тэарэтычнага апарата, які звязвае геаметрыю аб'ектаў і іх навакольнага свету з фізічнымі, хімічнымі, тэхнічнымі і іншымі характарыстыкамі. У задачах канструявання аб'ектаў названых класаў неабходна ўлічваць гэтую сувязь рухаў сістэм з дэфармацыямі іх структур, або, іншымі словамі, сувязь дэфармацый структур на розных узроўнях, ці сувязь рухаў розных узроўняў.

Распаўсюджаныя метады імітацыі рухаў і дэфармацый (інтэгра-дыферэнцыяльныя ўраўненні, метады канечных і гранічных элементаў) [29-38] не арыентаваныя на рашэнні такіх задач і разглядаюць рухі і дэфармацыі адасоблена, не ўлічваючы іх міжузроўневыя сувязі ў іерархічнай прасторы. Іх прымяненне для азначаных мэт патрабуе стварэння складаных комплексаў мадэляў, вялікіх выдаткаў машынных рэсурсаў і абмежавана адносна простымі выпадкамі. Інакш кажучы, вядомыя кірункі тэарэтыка-множнай матэматыкі не дазваляюць разглядаць гэтыя з'явы разам. Такім чынам, заснаваная на іерархічных з'явах значная частка задач інжынернага аналіза, кіравання рухам біямеханічных сістэм (непасрэдна абумоўленым дынамікай іх структур) [39-40] і г.д. застаецца недастаткова фармалізаванай у тэарэтыка-множным апараце. Таму распрацоўка тэарэтычных сродкаў імітацыі рухаў і дэфармацый з'яўляецца актуальнай.

Сувязь работы з вялікімі навуковымі праграмамі і тэмамі. Работа выканана на кафедры інфармацыйных тэхналогій у культуры Беларускага універсітэта культуры і ў лабараторыі іерархічных многаўзроўневых сістэм Інстытута матэматыкі і кібернетыкі ў рамках наступных НДР: мэтавай комплекснай навукова-тэхнічнай праграмай О.Ц.027, а таксама ў адпаведнасці з комплекснай праграмай "Машынабудаванне" Рэспублікі Беларусь, пастановамі дырэктыўных органаў, міжгаліновай комплекснай рэспубліканскай навукова-тэхнічнай праграмай па інфарматыцы.

Мэта і задачы даследавання. Мэтай работы з'яўляецца пашырэнне функцыянальных магчымасцей САПР, скарачэнне тэрмінаў праектавання і паляпшэнне якасці праектных рашэнняў праз распрацоўку і даследаванне геаметрычных мадэляў, арыентаваных на задачы дынамікі аб'ёмных цел у неаднародных прасторах з улікам сувязі аб'екта канструявання, яго навакольнага свету і кіруючай сістэмы.

Гэтыя выразы павінны ўключаць апісанне геаметрыі і фізічных уласцівасцяў сістэм розных узроўняў і дазваляць звязаць дынаміку іх структур.

Акрамя гэтага яны павінны даваць магчымасць імітаваць мэтанакіраваныя паводзіны сістэм ва ўмовах рознай неакрэсленасці іх ведаў аб дынамічным неаднародным навакольным свеце, у якім адбываецца іх рух (напрыклад, у выпадках навучання кіраванню новымі тэхнічнымі сродкамі, калі з цягам часу адбываецца адаптацыя да незнаёмай раней сістэмы і рухі атрымліваюцца ўсё болей хуткімі і дакладнымі) [41].

Для дасягнення пастаўленай мэты неабходна рашыць наступныя асноўныя задачы:

- стварэнне агульнага азначэння геаметрычнага аб'екта ў выглядзе іерархічнай многаўзроўневай сістэмы, інварыянтнай адносна прыроды сістэм і тым самым дазваляючай звязаць геаметрычную інфармацыю з параметрамі іншых этапаў у сістэмах канструявання;
- стварэнне звязаных выразаў геаметрычных аб'ектаў рознай размернасці (кропкі, лініі, паверхні і аб'ёмныя целы) як асобных выпадкаў агульнай канструкцыі;
- стварэнне сістэмы дзеянняў з геаметрычнымі аб'ектамі;
- азначэнне ў тэрмінах двухузроўневай сістэмы рухаў і дэфармацый рознай прыроды (ад фізічнай да біямеханічнай) і розных ўзроўняў неакрэсленасці ведаў аб структурах і дынаміцы рухомых сістэм і прастораў, у якіх выконваюцца рухі.

Аб'ект і прадмет даследавання: тэарэтычныя і праграмныя сродкі прадстаўлення геаметрычнай інфармацыі, імітацыі звязаных рухаў і дэфармацый у сістэмах канструявання.

Метадалогія і метады праведзенага даследавання. Базавым тэарэтычным апаратам для рашэння пастаўленых задач з'яўляецца тэорыя іерархічных многаўзроўневых сістэм. Акрамя гэтага, прыменена таксама геаметрыя (у тым ліку тапалогія), алгебра (групы, кольцы, палі сапраўдных і камплексных лікаў, лінейныя прасторы), тэорыя дынамічных сістэм і тэорыя аўтаматызаванага праектавання складаных тэхнічных аб'ектаў.

Навуковая навізна і значнасць атрыманых вынікаў. Распрацаваныя выразы ўключаюць апісанне геаметрыі і фізічных уласцівасцяў сістэм розных узроўняў і дазваляюць звязаць дынаміку іх структур.

Акрамя гэтага, яны даюць магчымасць імітаваць мэтанакіраваныя паводзіны сістэм ва ўмовах рознай неакрэсленасці іх інфармацыі аб дынамічным неаднародным навакольным свеце, у якім адбываецца іх рух.

Прапануемая іерархічная многаўзроўневая сістэма геаметрычных выразаў аб'ёмных цел адрозніваецца ад раней вядомых геаметрычных прадстаўленняў наяўнасцю структур у геаметрычных аб'ектаў любой размернасці, бесперапынным спалучэннем дыскрэтных сістэм сваімі элементамі (дэталямі) больш нізкіх узроўняў, магчымасцю змянення тапалагічных характарыстык аб'ектаў са змяненнем іх маштабаў, міжузроўневымі сувязямі геаметрычных параметраў з фізічнымі характарыстыкамі сістэм, узгодненым змяненнем структур розных узроўняў.

Сістэма выразаў, якая мае згаданыя ўласцівасці, з'яўляецца прынцыпова новай, а задача яе пабудовы - актуальнай і практычна значнай у сучасных сістэмах аўтаматызаванага канструявання тэхнічных і біямеханічных аб'ектаў і робататэхніцы.

Практычная і эканамічная значнасць атрыманых вынікаў. Навуковыя вынікі дысертацыі выкарыстаны ў навукова-даследчых і вопытна-канструктарскіх праектах у НВА "Гарызонт" (праектаванне і распазнаванне дэфектаў друкаваных плат), вытворчым аб'яднанні "Экран" (у сродках САПР тэхналагічнай падрыхтоўкі вытворчасці), Гандлёва-прамысловым саюзе (тэхналогія канструявання дэталяў машын у іерархічных многаўзроўневых сістэмах), у праектах ICIMS-NoE і AMETMAS-NoE-CP96-0026 праграмы INCO-COPERNICUS Еўрапейскага Саюза (Robot Control System Design), а таксама ў навучальным працэсе Беларускага універсітэта культуры (па курсу "Камп'ютэрная графіка"), Вучэбнага Цэнтра павышэння кваліфікацыі вышэйшых інжынерных кадраў прадпрыемстваў радыётэхнічнай, электроннай, электратэхнічнай, оптыка-механічнай і прыбора-будаўнічай галін Міністэрства прамысловасці пры БДПА "Кадры індустріі" ("Сучасныя тэхналогіі і паляпшэнне эфектыўнасці вытворчасці") і гімназіі-коледжа № 24.

Рэкамендацыі па выкарыстанню - прапанаваная сістэма геаметрычных выразаў і распрацаваныя выразы рухаў і дэфармацый могуць быць выкарыстаны як для праектавання геаметрычных аб'ектаў, так і для імітацыі змены рэальных сістем і стварэнне механізмаў кіравання імі.

Агульныя палажэнні, вынесеныя на абарону.

1. Сістэма выразаў геаметрычнага аб'екта, якая ўтрымлівае элементы рознай размернасці, узгодненая з раней вядомымі сродкамі праектавання і апрацоўкі ведаў у САПР і адпаведная патрабаванням усіх этапаў працэса канструявання; спосабы азначэння і разліку канструктыўнай размернасці і звязанасці сістэм; спосабы пабудовы сістэм любой размернасці і звязанасці.
2. Сістэма дзеянняў з геаметрычнымі аб'ектамі, якая імітуе ўзгодненую дынаміку структур розных узроўняў, дазваляе кіраваць зменамі геаметрычных выразаў; спосаб пабудовы сістэмных канстант для сувязі атрыманых дзеянняў з арыфметычнымі.
3. Азначэнне сродкамі іерархічных многаўзроўневых сістэм фізічных характарыстык, рухаў і дэфармацый аб'ёмных цел; спосаб кіравання рухамі і дэфармацыямі, зведзены да задачы каардынацыі стандартнага блока іерархічнай многаўзроўневай сістэмы; стратыфікацыя рухаў і дэфармацый па іх прыродзе і па ўзроўнях неакрэсленасці ведаў ў іх выразах.
4. Алгарытмы кіравання ўтварэннем формы і рухамі з пераносам масы; спосаб накладання канструктыўных абмежаванняў праз узаемадзеянні сумежных элементаў.

Асабісты ўклад суіскальніка. Асноўныя вынікі дысертацыі атрыманы асабіста аўтарам. У апублікаваных сумесных працах удзел аўтара заключаўся ў распрацоўцы матэматычных выразаў, праграмных сродкаў, спосабаў рашэнняў канкрэтных задач геаметрычнага канструявання, эксперыментальнай праверцы прапанаваных вынікаў і іх укараненні ў вытворчасць і навучальны працэс.

Апрабацыя вынікаў дысертацыі. Вынікі дысертацыйнай работы дакладваліся на Усесаюзнай канферэнцыі маладых вучоных і спецыялістаў (ІПК АН СССР, 1988г.); Усесаюзнай канферэнцыі па камп'ютэрнай картаграфіі (Мінск, 1988г.); Усесаюзнай канферэнцыі "Метады і сродкі апрацоўкі складанай графічнай інфармацыі" (Ніжні Ноўгарад, 1988г.); Усесаюзнай навукова-тэхнічнай канферэнцыі "САПР у кузнечна-штамповачнай вытворчасці" (Екацерынбург, 1988г.); Усесаюзнай школе-семінары "Распаралельванне апрацоўкі інфармацыі" (Львоў, 1989г.); Усесаюзным сімпозіуме "Арганізацыя і кіраванне" (Мінск, 1989г.); двух канферэнцыях па эрганоміцы (Мінск, 1988г.; Севастопаль, 1989г.); 7 міжнароднай канферэнцыі па тэхнічнаму канструяванню ICED'90 (Дуброўнік, Харватыя, 1990); Усесаюзнай школе-семінары па біямалекулярнаму камп'ютынгу (Масква, 1991); 8 міжнародным сімпозіуме па модульным інфармацыйным вылічальным сістэмам і сеткам ICS-NET'91 (Дубна, Расія, 1991); 19-міжнароднай канферэнцыі "Інфармацыйныя сродкі і тэхналогіі" (Масква, 1993); 9 і 11 міжнародных канферэнцыях па матэматычнаму і камп'ютэрнаму мадэляванню ICMCM (Берклі, 1993 і Вашынгтон, 1997, ЗША); IFAC/IFORS/IMACS Сімпозіуме па буйнамасштабным сістэмам LSS (Лондан, 1995; Грэцыя, 1998); Рэспубліканскай навукова-тэхнічнай канферэнцыі "Аўтаматычны кантроль і кіраванне вытворчымі працэсамі" (Мінск, 1995); Міжнароднай канферэнцыі ICIMS-NOE on Advanced Summer Institute in Life Cycle Approaches to Production Systems: Management, Control, Supervision - ASI'96 (Тулуза, Францыя, 1996; Будапешт, Венгрыя, 1997г.); Міжнароднай матэматычнай канферэнцыі Еругінскія чытанні (Магілёў, 1998г.), шэрагу семінараў European Network of Excellence on Advanced Methodologies and Tools for Manufacturing Systems AMETMAS-NoE (Грэцыя,1997; Масква,1998; Мінск, 1998; Санкт-Пецярбург,1999) .

Апублікаванне вынікаў. Па матэрыялах дысертацыі апублікавана 36 друкаваных прац, у тым ліку 1 артыкул у міжнародным навуковым часопісе, 4 артыкулы ў навуковых зборніках, 13 артыкулаў ў матэрыялах міжнародных канферэнцый і сімпозіумах, 2 прэпрынты, 1 артыкул дэпаніраваны у ВІНІТІ, 15 тэзісаў дакладаў на міжнародных і рэспубліканскіх канферэнцыях. Агульная колькасць старонак апублікаваных матэрыялаў складае 187.

Структура і аб'ём дысертацыі. Дысертацыя выкладзена на 133 старонках і складаецца з уводзін, агульнай характарыстыкі работы, асноўнай часткі з 5 глаў на 96 старонках, заключэння, у тым ліку ўключае 18 малюнкаў, спіс літаратуры з 127 наіменаванняў на 9 старонках, дадатак, у якім утрымліваюцца акты аб укараненні вынікаў работы і які займае 13 старонак.

1. МЭТА РАБОТЫ І ЯЕ ТЭАРЭТЫЧНАЯ АСНОВА

1.1. Мэта даследаванняў

Мэтай работы з'яўляецца пашырэнне функцыянальных магчымасцей САПР праз распрацоўку і даследаванне геаметрычных выразаў аб'екта канструявання, арыентаваных на задачы дынамікі аб'ёмных цел з улікам сувязі аб'екта канструявання, яго навакольнага свету і кіруючай сістэмы, якую неабходна ўлічваць у геаметрычным канструяванні, азначэнні тэхналагічных працэсаў і робататэхніцы.

Геаметрычныя (графічныя) выразы аб'екта канструявання ў САПР павінны задавальняць шэраг патрабаванняў, якія абумоўлены абласцямі іх прымянення (канструяванне, кіраванне рухомымі аб'ектамі і др.), а таксама абмежаваннямі тэхнічных і праграмных сродкаў САПР [44-46].

Пры аналізе сучасных САПР і аўтаматызаваных інфармацыйных сістэм (АІС) іншага назначэння можна выдзеліць наступныя вобласці прымянення геаметрычных выразаў:

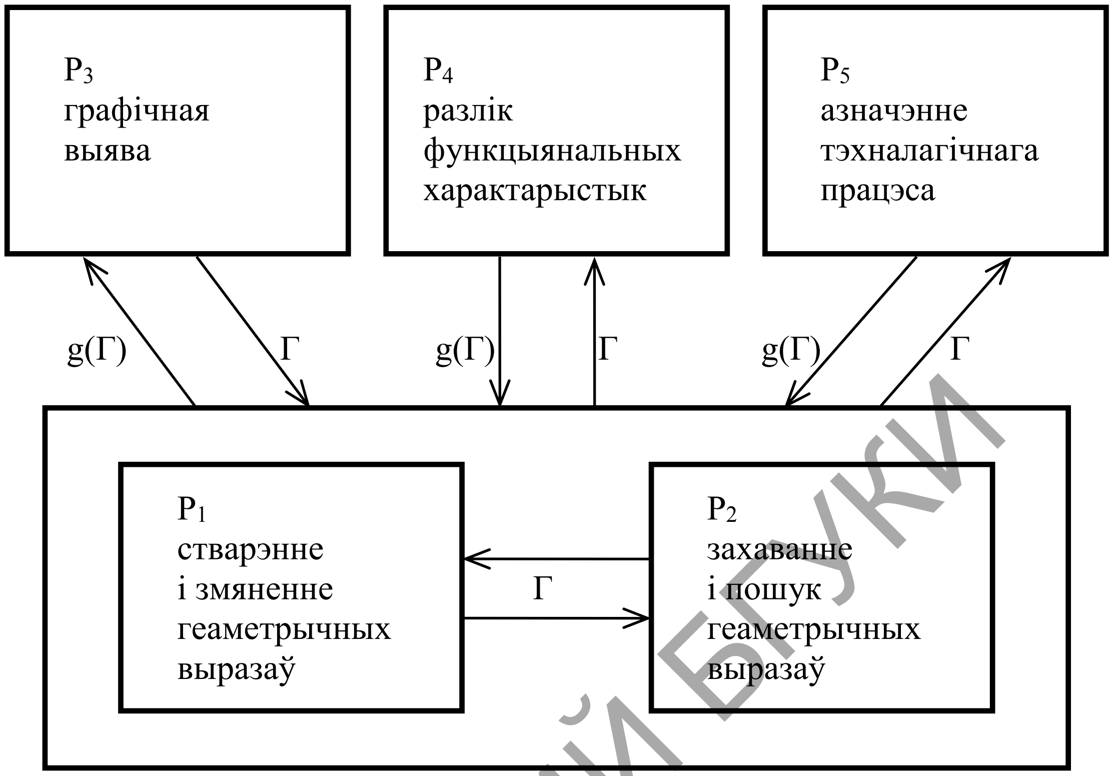
- фарміраванне графічнай выявы аб'екта;
- разлік яго функцыянальных характарыстык у розных умовах;
- азначэнне тэхналагічнага працэсу вырабу аб'екта;
- захаванне і пошук геаметрычных выразаў у базах звестак.

Кожнай з пералічаных абласцей адказвае адпаведны падпрацэс апрацоўкі ведаў у АІС (у тым ліку САПР). Для аптымізацыі гэтых працэсаў геаметрычны выраз павінен задавальняць азначаныя крытэрыі.

Акрамя гэтага, ён павінен адпавядаць і крытэрыям падпрацэса яго стварэння і змянення : арганізацыя графічных ведаў у выразе мусіць дазваляць найбольш рацыянальна (хутка, дакладна і з мінімальнымі выдаткамі памяці) выконваць наступныя дзеянні:

- перамяшчэнне аб'екта ў прасторы (паралельныя пераносы і павароты);
- змяненне яго метрычных характарыстык;
- змяненне структуры выраза аб'екта (выдаленне, дабаўленне, замена яго частак, безразрыўная дэфармацыя);
- фарміраванне выраза.

Схема ўзаемадзеяння падпрацэсу стварэння і змянення геаметрычнага выраза з іншымі падпрацэсамі САПР прадстаўлена на мал.1.1. Кожны з падпрацэсаў P_1 , P_2 ,..., P_5 прад'яўляе ўласны (як правіла, вектарны) крытэрый ацэнкі спосаба арганізацыі ведаў у геаметрычным выразе. Абазначым гэтыя крытэрыі G_1 (Г), G_2 (Г),..., G_5 (Г) адпаведна. Азначаная мэта і патрабаванні з'яўляюцца крытэрыямі ацэнкі і дазваляюць зрабіць аналітычны агляд вядомых вынікаў у разглядаемым кірунку.



Мал.1.1 Схема ўзаемадзеянняў падпрацэсаў стварэння і змянення геаметрычных выразаў з іншымі падпрацэсамі працэса аўтаматызаванага канструявання:
Г - геаметрычны выраз; g(Г) - рэкамендацыя па яго змяненню.

1.2. Аналіз прадметнай вобласці

Вядомыя геаметрычныя выразы ацэньваюцца ў прапануемым аглядзе па кожнаму з уведзеных вышэй крытэрыяў у парадкавай шкале, дзе паміж імі ўсталёўваюцца толькі адносіны тыпу "лепш-горш-эквівалентна".

Рэтраспектыва абмежавана, у асноўным, двума апошнімі дзесяцігоддзямі, у якіх атрымалі праграмна-тэхнічную рэалізацыю фактычна ўсе тэарэтычныя распрацоўкі папярэдняга перыяду і сфармуляваны некаторыя новыя ідэі.

Найбольшая ўвага ў аглядзе ўдзелена сістэмам, значная частка якіх даведзена да камерцыйных узораў.

1.2.1. Класы геаметрычных выразаў

У сучасных замежных сістэмах аўтаматызаванага канструявання (Computer Aided Design - CAD), картаграфіі і інш. вылучаюцца два асноўных класы геаметрычных выразаў - гранічнае прадстаўленне (Boundary Representation(s), B-R) і прадстаўленне для так званай канструктыўнай геаметрыі 3-мерных аб'ектаў (Constructive Solid Geometry, CSG). У табл. 1.1 прыведзена размеркаванне гэтых класаў у сучасных САПР [47].

У выразаў тыпу CSG аб'ект канструявання прадстаўляецца ў выглядзе злучэння элементарных аб'ектаў (прымітываў) - цыліндраў, прызм, шароў, конусаў і т.д.. Злучэнне можа быць фармальна апісана выразам тыпу алгебраічнай сумы, т.ч. некаторыя аб'екты ўваходзяць у гэта злучэнне з адмоўным знакам. Графічна выраз CSG прадстаўляецца ў выглядзе дрэва, коранем якога з'яўляецца ўвесь аб'ект, які на кожным узроўні складаецца з больш простых аб'ектаў (дэталей); тэрмінальнымі вяршынямі (лісцем) такога дрэва служаць прымітывы (мал.1.2).

У класе B-R аб'екты прадстаўляюцца наборам участкаў іх паверхняў (граней), пры гэтым могуць быць указаны сувязі граней паміж сабой сваімі межамі - рэбрамі (мал.1.2).

Лёгка ўбачыць, што B-R у дадзеным выпадку ўтрымлівае набор элементаў межаў прымітываў, з якіх складаецца прадстаўленне CSG. Пры гэтым у B-R уваходзяць толькі тыя элементы межаў прымітываў, якія непасрэдна ўзаемадзейнічаюць з навакольным светам, а не адзін з адным. Такім чынам, калі ў мадэлі CSG кожны прымітыў задаць сваім гранічным прадстаўленнем, а потым выключыць агульныя элементы іх межаў, атрымаецца B-R усяго аб'екта, гэта значыць існуе адназначны пераход ад CSG да B-R, але зваротнае пераўтварэнне, відавочна, неадназначна.

Прымітывы, як і болей складаныя аб'екты, могуць быць зададзены алгебраічным спосабам (які ўключае ўяўнае заданне [13,48-50], параметрычнае палінаміяльнае прадстаўленне і розныя тыпы сплайнаў [51]), а таксама ў выглядзе паслядоўнасці аператараў Эйлера. У апошні час прапанаваны два новых спосабы - геаметрычнае прадстаўленне і параметрычная мадэль аб'екта.

Геаметрычнае прадстаўленне апісана ў [52]. Для яго ўводзіцца набор паняццяў:

$$\{\text{паверхні, кропкі, вектары, скаляры}\}.$$

Кожнае з гэтых паняццяў можа прымаць мноства значэнняў у адпаведнасці з табл.1.2. Лёгка ўбачыць, што ў табл.1.2 значэнне зменнай "паверхня" служыць ключом і кожнаму значэнню ключа адказвае строга вызначаны набор іншых зменных - радок табліцы.

Табліца 1.1

Размеркаванне класаў геаметрычных выразаў у сродках інструментальнай падтрымкі САПР

Сістэма праектавання	Вытворца	Клас выразу
CATSOFT	CATRONIX	CSG
DDM-SOLIDS	CALMA	B-R
GEOMOD-II	SDRC/GENERAL ELECTRICCAE	B-R
ICEM SOLID MODELLING	CDC	CSG
ICM	ICM	B-R
MEDUSA	FRIME	B-R
PADL-1,2	U.ROCHESTER	CSG
PATRAN-G	PDA ENGINEERING	CELL DECOMP
ROMULUS	EVANS&SUTHERLAND SHAPEDATE(UK)	B-R
SOLIDESIGN	COMPUTERVISION	B-R
CADDS	COMPUTERVISION	B-R
SOLID MODELLING-II	APPLICON	CSG
SYNTHAVISION	MAGI	CSG
TIPS-1	CAM-1	CSG
UNIS-CAP	SPERRY	B-R
UNI SOLIDS	MC AUTO	CSG
AUTOCAD	AUTODESK	B-R,парам.
VELLUM 3D	ASHLAR	B-R,парам.
MICROGDS	GRAPHIC DATA SYSTEMS	B-R
SOLIDWORKS	SOLIDWORKS	CSG,парам.
T-FLEX	T-FLEX	парам.
SOLIDEDGE	INTERGRAPH	B-R
CATIA	DASSAULT SYSTEMES	B-R
EUCLID	MATRA DATAVISION	B-R
INTERGRAPH	EMS	CSG,парам.
I-DEAS	SDRC	CSG,парам.
MICROSTATION	BENTLEY SYSTEMS /INTERGRAPH	B-R
EDS UNIGRAPHICS	UNIGRAPHICS	B-R,парам.
PRO/ENGINEER	PARAMETRIC TECHNOLOGY	парам.

Табліца 1.2

Мноства значэнняў геаметрычных характарыстык

Паверхні	Кропкі	Вектары	Скаляры
Плоскасць	Любая кропка на плоскасці	Адзінкавая нармаль	Няма
Сфера	Цэнтр	Няма	Радыус
Правільны кругавы цыліндр	Любая кропка на восі	Адзінкавы вектар, паралельны восі	Радыус, даўжыня восі
Правільны кругавы конус	Вяршыня	Адзінкавы вектар, паралельны восі	Вугал пры вяршыні, радыус

Паміж прадстаўленнем любога прымітыва ў прасторы геаметрычных характарыстык і яго алгебраічным заданнем у выглядзе

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Eyz + Fxz + Gx + Hy + Jy + K = 0, \qquad (1.1)$$

дзе x, y, z - каардынаты ў 3-мернай Еўклідавай прасторы, існуе ўзаемна-адназначная адпаведнасць, г.з. існуюць алгарытмы для пераўтварэння геаметрычнага прадстаўлення ў алгебраічнае і наадварот.

Прыведзеныя ў [52] разлікі сведчаць, што геаметрычнае прадстаўленне займае мінімальны аб’ём памяці ў параўнанні з іншымі формамі прадстаўлення. Акрамя гэтага, яно добра звязана з натуральнай мовай, зручна для фармулёўкі запытаў на пошук патрэбнага прымітыўнага аб'екта і дырэктыў для яго змянення. Некаторыя метрычныя характарыстыкі, напрыклад аб'ёмы, плошчы паверхняў, бывае зручна разлічыць непасрэдна з геаметрычнага прадстаўлення.

Аднак для разліку функцыянальных характарыстык, фарміравання графічных вобразаў, азначэння тэхналагічнага працэсу патрабуецца папярэдняе канвертаванне гэтага прадстаўлення ў іншыя формы, т.ч. калі па крытэрыях G_2 і па некаторых аспектах G_1 геаметрычнае прадстаўленне мае найбольш высокія адзнакі на мностве геаметрычных выразаў, то па крытэрыях G_3 , G_4 , G_5 адзнакі такога прадстаўлення ніжэй, чым адзнакі тых форм, у якія яго неабходна пераўтварыць.

Аб'екты (і прымітывы ў іх складзе) могуць быць прадстаўлены паслядоўнасцю аператараў Эйлера [53], т.ч. яны апісваюцца аператарамі паслядоўнага стварэння і інверснымі наборамі аператараў разбурэння геаметрычных аб'ектаў усе болей высокай (у выпадку разбурэння - болей нізкай) размернасці. Напрыклад, калі ёсць выява многагранніка на паперы, можна сцерці адну з яго вяршынь (і запомніць у камп'ютары адпаведную аперацыю), потым сцерці другую вяршыню, якая ляжыць на адным рабры з першай. Дзве гэтыя аперацыі адпавядаюць аперацыі сцірання рабра. Паслядоўнасць аперацый сцірання ўсіх рэбраў, якія ўтвараюць грань, адпавядае аперацыі выдалення грані і, нарэшце, сціранне ўсіх граней цалкам разбурае аб'ект. Паўтарэнне ў зваротнай паслядоўнасці ўсяго ланцугу, калі аперацыі выдалення змяняюцца аперацыямі стварэння, дазваляе аднавіць аб'ект. Такія прамыя і інверсныя ланцугі называюцца аператарамі Эйлера. Сваю назву яны атрымалі з-за формулы Эйлера

$$v\text{-}e\text{+}f\text{=}2, \tag{1.2}$$

дзе v - колькасць вяршынь, e - колькасць рэбраў, f - колькасць граняў.

Формула Эйлера дазваляе кантраляваць карэктнасць пабудовы аб'екта. Агульная формула, якая адпавядае аб'екту любой звязанасці, задаецца выразам

$$v\text{-}e\text{+}f\text{=}2(s\text{-}h)\text{+}r, \tag{1.3}$$

дзе s - агульная колькасць незвязаных кампанент, h - колькасць навылётных адтулін (дзірак) у аб'екце, r - агульная колькасць паласцей у гранях.

Паслядоўнасць аператараў Эйлера, відавочна, горш геаметрычнага прадстаўлення па крытэрыю G_2 , паколькі, па-першае, патрабуе больш памяці і, па-другое, значна меньш зручна для фармулёўкі запытаў на пошук. У некаторых адносінах яна горш і па крытэрыю G_1 , напрыклад, некаторыя дзеянні (перанос, вярчэнне і змяненне аб'екта) над геаметрычным прадстаўленнем аб'екта займаюць меньш часу, чым аналагічныя аперацыі над аператарамі Эйлера.

Па крытэрыю G_3 (для фарміравання графічных выяў) аператары Эйлера прадстаўляюць сабой адзін з лепшых выразаў. Пры гэтым іх найболей эфектыўнае выкарыстанне для растравых сродкаў вывада дасягаецца шляхам гібрыднага спалучэння аператараў Эйлера з васьмірычнымі дрэвамі (Octrees) [54].

Такія дрэвы ў канчатковым стане ўключаюць толькі белае і чорнае лісце (кубічныя прымітывы - пустыя і запоўненыя элементамі аб'екта адпаведна), а ў пачатковым і прамежкавым станах - таксама шэрае лісце, якое адпавядае выпадку, калі ў аб'ёме аднаго прымітыву (па аднаму адрасу) знаходзіцца і запоўненая аб'ектам вобласць, і вольная (незанятая) прастора. Шэрае лісце разбіваецца на больш дробныя кавалкі па агульнаму для кожнага ўзроўню прынцыпу да таго часу, пакуль не застанецца толькі чорнае і белае.

Адзначым, што васьмірычныя дрэвы лічацца найбольш прымальнай для растравых сродкаў геаметрычнай мадэлью, і ў апошні час вядуцца шырокія даследаванні па іх стыкоўцы са стандартам GKS [55-58].

Пераход ад аператараў Эйлера да васьмірычных дрэў, які апісаны вышэй, з'яўляецца адным са спосабаў перахода ад вектарнай формы прадстаўлення, якая найбольш зручна для вывада гранічных выразаў, да растравай [59].

Для разліку функцыянальных характарыстык і вызначэння тэхналагічных працэсаў аператары Эйлера, як правіла, непасрэдна не ўжываюцца і патрабуюць канвертавання ў іншыя формы.

Добра даследаваныя як у айчыннай, так і ў замежнай літаратуры алгебраічныя прадстаўленні геаметрычных аб'ектаў [60-66] без дадатковых звестак практычна не ўжываюцца ў запытах на пошук і цяжкія для іх фарміравання з удзелам чалавека. У CAD з CSG рэалізаваны магчымасці злучэння створаных такім спосабам прымітыўных аб'ектаў, але алгарытмы злучэння аб'ектаў адвольнай формы вельмі складаныя і патрабуюць пры рэалізацыі вялікіх затрат машыннага часу і памяці [64-67].

У той жа час прадстаўленні такога тыпу добра падыходзяць для машыннай графікі (у вектарнай форме), фарміравання некаторых праграм для аўтаматызаванай вытворчасці і з'яўляюцца лепшымі для разліку многіх функцыянальных характарыстык у задачах інжэнернага аналіза.

Дзякуючы найболей высокім паказальнікам па G_4 і па некаторых аспектах G_1 , G_3 , G_5 алгебраічныя прадстаўленні рэалізаваны ў вялікай колькасці дзеючых CAD-сістэм, заснаваных на гранічным прадстаўленні (B-R).

Падпрацэс P_1 фарміравання і змянення геаметрычных выразаў у такіх сістэмах істотна адрозніваецца ад P_1 для сістэмы з CSG-прадстаўленнем. Найболей зручна алгебраічныя выразы будуюцца ў тым выпадку, калі адна з уваходных прылад камп'ютэра непасрэдна сканіруе некаторы фізічна рэалізаваны (або графічна намаляваны) аб'ект, фактычна фарміруючы рад назіранняў у часе, які потым замяняецца адпаведным матэматычным азначэннем. Гэта дазваляе мнагаразова сціскаць інфармацыю, аднаўляючы першапачатковы рад назіранняў у выпадку неабходнасці (напрыклад, для дысплэйнага файла).

У [60] апісваецца агульная форма прадстаўлення паверхні любога аб'екта - рацыянальны параметрычны B-сплайн - у аднародных каардынатах.

Такі сплайн атрымліваецца са звычайнага параметрычнага B-сплайна наступным чынам.

Няхай *C(t)* - палінаміяльная B-сплайнавая крывая у 3-мернай Еўклідавай прасторы, г.зн.

$$C(t) = \sum_{i=1}^{n} B_{i,k}(t) P_i \, , \qquad (1.4)$$

дзе P_i - 3-мерныя кантрольныя кропкі, t - параметр, $a \le t \le b$ *&* a, b - фіксаваны *&* $0 \le a \le b$; $B(t)$ - паліном ад зменнай t парадку k (ступені k-1); $B_{i,n}(t)$ - называюцца базіснымі функцыямі і цалкам азначаюцца парадкам k і вузлавым вектарам

$\{t_j\}_{j=1}^{n+k}$, дзе $a=t_1=t_2=...=t_k<t_{k+1}\le t_{k+2}\le ...\le t_n\le t_{n+1}=...=t_{n+k}=b$.

Прадстаўленне *C(t)* у аднароднай (праектыўнай) прасторы з чацвертай каардынатай *h(t)* выглядае тады наступным чынам

$$C(t)=\frac{\sum_{i=1}^{n}B_{i,k}(t)h_iP_i}{\sum_{i=1}^{n}B_{i,k}(t)h_i} \qquad (1.5)$$

або

$$C^h(t)=\sum_{i=1}^{n}B_{i,k}(t)P_i^h\,, \qquad (1.6)$$

дзе P_i^h - кантрольныя кропкі ў 4-мернай прасторы.

Адпаведнае сплайн-прадстаўленне для паверхні задаецца выразам

$$S(s,t)=\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}B_{i,k}(s)B_{j,l}(t)h_{i,j}P_i}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}B_{i,k}(s)B_{j,l}(t)h_{i,j}}. \qquad (1.7)$$

Гэты падыход дазваляе аднолькава добра прадстаўляць і аб'екты, якія звычайна апісваюцца ўяўным заданнем (кругі, конусы, прымітыўныя квадрыкі), і такія, для прадстаўлення якіх прымяняюцца параметрычныя палінаміяльныя формы (скульптурныя паверхні) [59,68].

Хаця ўяўныя функцыі для прадстаўлення прымітыўных паверхней і ліній патрабуюць больш простых дзеянняў і меньш памяці, затое скарыстанне аднаго агульнага выраза паляпшае характарыстыкі сістэмы ў цэлым, дазваляючы траціць меньш аператыўнай памяці на размяшчэнне праграм, павышаць хуткадзеянне, стандартызаваць дыялог з канструктарам. Зніжаюцца выдаткі на распрацоўку і эксплуатацыю сістэмы, памяншаецца аб'ём суправаджальнай дакументацыі.

Для расшырэння магчымасцей традыцыйнага гранічнага прадстаўлення ў апошні час да выраза, азначанага алгебраічна, дадаюцца ў працэсе P_1 сувязі памераў (даўжыняў, плошчаў, аб'ёмаў, вуглоў), што дазваляе здзейсніць так званае параметрычнае канструяванне з прымяненнем варыяцыйнай геаметрыі.

Такі падыход рэалізаваны, у прыватнасці, у сістэме MEDUSA [69]. Прымяненне варыяцыйных прынцыпаў набліжае працэс канструявання да працэсу прыняцця рашэнняў непасрэдна кампьютэрам, У той час як асноўная большасць CAD-сістэм толькі вызваляе канструктара ад вырабу тэхнічнай дакументацыі, патрабуючы ўзамен шмат новых навыкаў. Але MEDUSA, як і многія іншыя сістэмы, заснаваныя на B-R, дрэнна спраўляецца з канструктыўнай геаметрыяй, неабходнай, у прыватнасці, для мадэлявання такіх тэхналагічных працэсаў, як зборка аб'екта з дэталяў.

Завяршаючы агляд традыцыйных спосабаў прадстаўлення геаметрычнай інфармацыі, адзначым, што па некаторых з уведзеных вышэй крытэрыяў лепш аказваецца прадстаўленне CSG, па іншых - B-R. Так, напрыклад, мадэлі CSG прасцей будуюцца з удзелам чалавека, патрабуюць менш памяці, лепш прыстасаваны для азначэння тэхналагічных працэсаў тыпу зборкі, для імітавання рухаў дэталяў аб'екта адносна адзін аднаго [70]. З другога боку, мадэлі B-R у прынцыпе могуць будавацца і без удзелу чалавека, дазваляюць канструяваць скульптурныя паверхні, дазваляюць прымяненне варыяцыйных метадаў, лепш прыстасаваны для разлікаў тэхналагічных працэсаў тыпу непарыўнай дэфармацыі, для аэра- і гідрадынамічных разлікаў. Злучэнне гэтых двух падыходаў магчыма (напрыклад, задаючы B-R - прадстаўленне для прымітываў, можна атрымаць B-R аб'екта і - неадназначна - з B-R аб'екта атрымаць яго дэкампазіцыю на прымітывы), але ў большасці выпадкаў атрымаць B-R аб'екта з гранічных прадстаўленняў яго элементаў вельмі складана. Падпрацэс P_1 стварэння і змянення геаметрычных выразаў для выпадку CSG значна адрозніваецца ад P_1 для B-R. У рэалізаваных CAD-сістэмах гэта фактычна прынцыпова розныя тэхналогіі канструявання. Інтэграцыя такіх падыходаў у адзінай сістэме была б магчымай ў выпадку адзінай мовы, якая ўтрымлівала б абодва прадстаўленні і аперацыі пераходу ад аднаго да другога.

Пошукі такой мовы, якая дазволіла б ствараць інтэграваныя сістэмы аўтаматызаванага канструявання - аўтаматызаванай вытворчасці (CAD/CAM) і пазнавання выяў у картаграфіі і навігацыі - актыўна вядуцца ў галіне штучнага інтэлекта і распрацоўкі баз звестак [71-79]. CAD і іншыя AIC, якія ствараюцца зараз, пачынаюць будавацца ў выглядзе сістэм кіравання базамі звестак (СКБЗ), зыходзячы з прынцыпу, што мовы баз звестак прыстасаваны для апрацоўкі любой інфармацыі, у тым ліку і геаметрычнай. У якасці ўзораў такога тыпу можна назваць інтэграваны банк фірмы Boeing Computer Services Company [71] і нарвежскую СКБЗ Tornado [72].

Разгледзім у агульных выразах два найбольш цікавых у гэтых адносінах кірункі. Першы [73] мае пачатак ў Японіі (Nippon Electric Company) і заключаецца ў наступным.

CAD будуецца ў выглядзе рэляцыйнай СКБЗ з пашыранымі магчымасцямі, пры гэтым лагічная структура базы звестак прадстаўляе сабой так званую параметрычную мадэль аб'екта. Параметрычная мадэль аб'екта задаецца шасцеркай $\{T,D,O,V,R,C\}$, дзе T - мноства тапалогій, D - мноства магчымых памераў, O - мноства аперацый, V - мноства зменных, R - набор адносін паміж V і $T/O/D$, C - мноства абмежаванняў на значэнні зменных.

Любы клас аб'ектаў P_S у гэтых тэрмінах можа быць тады зададзены ў выглядзе

$$P_S =\{t ,d ,o ,v ,r ,c\}, \quad (1.8)$$
$$t_i \in T,\ d_i \in D,\ o^i \in O,\ v^i \in V,\ r^i \in R,\ c^i \in C.$$

Задаючы толькі *T* і *D*, можна атрымаць B-R : задаючы *O* - прадстаўленне CSG.

Такім чынам, параметрычная мадэль аб'екта не толькі ўключае традыцыйныя спосабы прадстаўлення (прычым B-R - у яго найбольш развітай форме, заснаванай на варыяцыйнай геаметрыі), але ўключае і адносіны паміж living рознымі формамі прадстаўлення. Дэкларатыўнае заданне ўсіх элементаў шасцёркі забяспечвае гнуткасць сістэмы, магчымасць яе настройкі на розныя класы аб'ектаў, аптымізацыю параметраў сістэмы ў працэсе яе функцыявання - напрыклад, магчыма замена аперацый болей эфектыўнымі, усталяванне новых адносін і т.д.

(Магчыма ствараць не фіксаваныя мадэлі, а класы канструкцый цалкам, якія вызначаюцца наборам тых ці іншых размераў і абмежаванняў. Змяненне любога з іх уплывае на ўсю мадэль. Сістэмы, якія рэалізуюць гэты мадэлі, могуць аўтаматычна разлічваць масу, цэнтр цяжару, момант інэрцыі, аб'ём і галоўныя восі мадэлі, а таксама генерыраваць артаганальныя і ізаметрычныя праекцыі і сячэнні.)

Валодаючы многімі вартасцямі сістэм са штучным інтэлектам, параметрычная мадэль аб'екта мае і недахоп - адносна слабую фармалізаванасць. Элементы прыведзенай вышэй шасцёркі азначаны яшчэ недастаткова строга, што робіць стварэнне такіх мадэляў вельмі складаным нават для чалавека. Іншымі словамі, для кожнага з аб'ектаў T,D,O,V,R,C яшчэ не вылучана адназначна ўсё мноства магчымых значэнняў (станаў), не азначаны магчымыя злучэнні такіх станаў (станы ўсёй сістэмы) і аперацыі пераходу ад аднаго магчымага стану сістэмы да другога.

Некалькі болей абгрунтаваным з пункту гледжання тэорыі і прастаты рэалізацыі з'яўляецца падыход да распрацоўкі незалежнага ад тэхнічнай рэалізацыі графічнага стандарта, які прапанаваны GSC Assouciates [74]. Гэты падыход заснаваны на прымяненні матэматычнага апарату фармальнай тэорыі сістэм і алгебры да распрацоўкі баз звестак.

Геаметрычныя аб'екты ў [74] разглядаюцца як сістэмы ў фармальным сэнсе, якія маюць уваходы, выхады, станы і дзеянні змены станаў. Мноства такіх дзеянняў уключае таксама і спосабы атрымання звестак аб стане (пазнаванне станаў).

У базе звестак фармальнай сістэме адпавядае структура звестак - абстрактны тып дадзенага, які можа быць настроены на любы канкрэтны стан (любое дадзенае такога тыпа) і мноства функцый змены станаў, якое не выводзіць за межы разглядаемага абстрактнага тыпу (аперацыі).

Напрыклад, структура групы цэлых лікаў у машыне задаецца ячэйкай, арганізаванай для прадстаўлення цэлага ліку ў пазіцыйнай сістэме з пэўнай асновай, і дзеяннямі складання і адымання. Ячэйка можа знаходзіцца у любым са станаў (утрымліваць любы дазволены дыяпазонам машыны цэлы лік). Кожнае з названых дзеянняў, атрымліваючы на ўваходзе другі цэлы лік, арганізаваны аналагічна, з дапамогай паслядоўнасці яшчэ болей элементарных дзеянняў (з бітамі), фарміруе вынік (выхад), які таксама заўсёды будзе цэлым лікам (г.зн. будзе мець такі ж абстрактны тып).

Дзеянне дзялення, напрыклад, ужо не мае дачынення да структуры групы цэлых лікаў, паколькі яно можа вывесці за межы гэтага абстрактнага тыпу (патрабуецца яшчэ адна ячэйка для рэшты ад дзялення).

У якасці абстрактых тыпаў дадзеных у машынах рэалізаваны таксама (з агаворкай на магчымасці дыскрэтных камп'ютэраў) палі сапраўдных і камплексных лікаў, лагічныя дадзеныя.

У прымяненні да геаметрычных выразаў такі падыход азначае прадстаўленне геаметрычнага аб'екта, напрыклад лініі ці малюнка, у выглядзе абстрактнага тыпу дадзеных і мноства аперацый, якія пераводзяць станы гэтага тыпу з аднаго ў другі, не выходзячы за межы тыпу. Напрыклад, структура дадзеных "адрэзак" можа тады быць зададзена наборам аксіём і абмежаванняў, якія азначаюць адрэзак, і дзеяннямі рухаў па прамой лініі, паваротаў і змены даўжыні (калі кропку лічыць элементарным адрэзкам). Аперацыя адвольнага злучэння двух адрэзкаў у структуру дадзеных "адрэзак" не ўваходзіць, таму што яна можа вывесці за межы такога абстрактнага тыпу (напрыклад, можа атрымацца ламаная або знак "+").

Структуры дадзеных, якія ўключаюць адрэзак, уключаюць і дзеянні з ім : аналагічна таму, як поле камплексных лікаў уключае структуру поля сапраўдных лікаў, "ламаная" ўключае "адрэзак". У [74] прыводзіцца апісанне некалькіх звязаных структур дадзеных для вектарнай машыннай графікі, арганізаваных падобным чынам.

У гэтым выпадку аналагам шасцёркі аб'ектаў, азначаючых параметрычную мадэль, з'яўляецца набор паняццяў фармальнай тэорыі сістэм, які адэкватна адпавядае мове абстрактных тыпаў дадзеных, г.зн. паняцці з гэтага набору, усе іх магчымыя значэнні і ўсе адносіны між імі не толькі строга азначаны і проста праграмуюцца, але і ў многіх выпадках рэалізаваны апаратна. Такім чынам, паказаная ў [74] магчымасць прымянення фармальнай тэорыі сістэм і абстрактных тыпаў дадзеных да будавання геаметрычных выразаў (мадэлей) аб'ектаў адчыняе новы перспектыўны кірунак у распрацоўцы АІС для канструявання, картаграфіі, медыцынскіх даследаванняў і г.д.

1.2.2. Высновы з агляду

Прыведзены аналітычны агляд сучаснага стану замежных даследаванняў у галіне распрацоўкі геаметрычных мадэляў аб'екта канструявання і іх рэалізацыі ў САПР дазваляе зрабіць наступныя высновы.

У АІС (у тым ліку ў САПР(CAD)), распрацаваных у 80-90-я гады, найбольш распаўсюджанымі з'яўляюцца B-R, CSG-прадстаўленні і параметрычны выраз аб'екта. Гэтыя прадстаўленні працягваюць развівацца, паколькі ніводнае з іх не задавальняе цалкам усім патрабаванням, прад'яўляемым да геаметрычных выразаў у CAD. Для CSG прапануецца меньш ёмістае па затратах памяці і добра звязанае з натуральнай мовай геаметрычнае прадстаўленне прымітываў. B-R развіваецца шляхам увядзення размерных сувязей і метадаў варыяцыйнай геаметрыі, што набліжае яго да аўтаматызаваных сістэм прыняцця рашэнняў.

Для спалучэння вартасцей B-R і CSG-прадстаўленняў усталёўваюцца сувязі між імі, распрацоўваюцца прадстаўленні, якія фармальна адносяцца да класу B-R, але адносна проста канвертуюцца ў CSG (аператары Эйлера) [80-81].

Выразна пазначылася тэндэнцыя ўкаранення ў распрацоўку АІС прагрэсіўнай тэхналогіі апрацоўкі інфармацыі; новыя АІС прапаноўваюцца і распрацоўваюцца ў выглядзе СКБЗ, мовы якіх дазваляюць апрацоўваць як B-R, так і CSG-прадстаўленні [23,82,83].

Адной з найбольш цікавых у гэтых адносінах з'яўляецца СКБЗ, якая рэалізуе інфармацыйны выраз аб'екта канструявання ў выглядзе параметрычнай мадэлі, азначанай мноствам размераў, тапалогій, аперацый, зменных, абмежаванняў на зменныя і наборам адносін паміж зменнымі, з аднаго боку, і тапалогіямі, аперацыямі і размерамі - з іншага. Гэты выраз уключае B-R і CSG як прыватныя з'явы, па сваіх рысах ён можа быць аднесены да кірункаў штучнага інтэлекту.

Болей сур'ёзна абгрунтаванай - і тэарэтычна, і з пункту гледжання праграмнай рэалізацыі - з'яўляецца выраз графічнага стандарта, які ўжывае паняцці фармальнай сістэмы і абстрактных тыпаў дадзеных.

Магчыма меркаваць, што распрацоўка выразаў апошніх двух тыпаў - найбольш перспектыўны кірунак развіцця на бліжэйшы час.

1.3. Пастаноўка задачы

Ужытак вядомых спосабаў прадстаўлення і апрацоўкі геаметрычнай інфармацыі ў задачах імітацыі рухаў і дэфармацый разгледжаны для кожнага спосаба з улікам яго дачынення да працэса P_4 і ацэнена па крытэрыі G_4.

Заўважым, што вядомыя выразы ў працэсе P_4 не звязваюць рухі і дэфармацыі і арыентаваныя на адасобленае даследаванне кожнай з гэтых з'яў.

Такім чынам, узнікае неабходнасць распрацоўкі і даследавання геаметрычных выразаў аб'екта канструявання, арыентаваных на задачы дынамікі аб'ёмных цел з улікам сувязі аб'екта канструявання, яго навакольнага асяроддзя і кіруючай сістэмы. Гэтыя выразы павінны ўключаць апісанне геаметрыі і фізічных уласцівасцей сістэм розных узроўняў і дазваляць звязваць дынаміку іх структур.

Гэтая задача з'яўляецца новай непасрэдна ў пастаноўцы, а значыць, і ў спосабе рашэння.

Паколькі адначасовае змяненне структур розных узроўняў назіраецца ў шырокім класе сістэм, якія праектуюцца, і павінна даследвацца і ўлічвацца ў САПР, задача дысертацыі з'яўляецца актуальнай.

Спалучэнне розных вядомых падыходаў для яе рашэння прадстаўляецца немэтазгодным, паколькі нават паасобку такія падыходы з'яўляюцца вельмі складанымі і для імітавання рэальных сістэм патрабуюць вялікіх выдаткаў, а распрацоўка прэ- і постпрацэсараў, неабходных для пераўтварэння звестак, уключаных у гэтыя выразы, з адной формы ў іншую пры ўсталяванні іх сувязі робіць іх кангламерат практычна непрыгодным.

Тым самым неабходна прынцыпова новае рашэнне, узгодненае не толькі з падпрацэсамі працэса P_4, але і з іншымі задачамі САПР, якія адпавядаюць азначаным працэсам на мал.1.1.

Практычная значнасць прапануемага далей падыхода да рашэння пастаўленай задачы заключаецца ў тым, што стандартызацыя сродкаў прадстаўлення і апрацоўкі інфармацыі з'яўляецца неабходным і найбольш значным фактарам павышэння эфектыўнасці працэсаў распрацоўкі і функцыяніравання АІС увогуле і САПР у прыватнасці.

Акрамя гэтага, варта чакаць, што ўлік у працэсе канструявання сувязі рухаў і дэфармацый дазволіць павысіць якасць аб'ектаў, якія праектуюцца.

Агульная задача дапускае дэкампазіцыю на чатыры наступныя звязаныя падзадачы:

- стварэнне агульнага азначэння геаметрычнага аб'екта ў выглядзе іерархічнай многаўзроўневай сістэмы, складзенай са стандартных блокаў - двухузроўневых сістэм [42-43], інварыянтных адносна прыроды сістэм і тым самым дазваляючых звязаць геаметрычныя выразы з параметрамі іншых страт у сістэмах канструявання;
- стварэнне звязаных выразаў геаметрычных аб'ектаў рознай размернасці (кропкі, лініі, паверхні і аб'ёмныя целы) як асобных выпадкаў агульнай канструкцыі;
- стварэнне сістэмы дзеянняў з геаметрычнымі аб'ектамі;
- азначэнне ў тэрмінах двухузроўневай сістэмы рухаў і дэфармацый рознай прыроды (ад фізічнай да біямеханічнай) і розных ўзроўняў неакрэсленасці ведаў аб структурах і дынаміцы рухомых сістэм і прастораў, у якіх выконваюцца рухі.

1.4. Асноўныя палажэнні тэорыі іерархічных многаўзроўневых сістэм

Іерархічная многаўзроўневая сістэма S^{ℓ} [84], стандартным блокам якой з'яўляецца двухузроўневая сістэма, узгоднена з законамі арганізацыі сістэм любой прыроды. Тым самым матэматычны выраз іерархічнай многаўзроўневай сістэмы можа стаць базісам ведаў, аднолькава прымянімым для задач даследавання і распрацоўкі сістэм усіх узроўняў, уключаючы інфармацыйны [85,86].

Канструкцыя іерархічнай многаўзроўневай сістэмы (міжузроўневыя сувязі, агрэгаванне інфармацыі і т.д.) не дазваляе цалкам адлюстраваць яе ўласцівасці сродкамі вядомых фармальных тэорый і робіць неабходнай азначэнне іерархічных многаўзроўневых сістэм уласнымі сімваламі.

З гэтай мэтай выкарыстаны сімвальны выраз стандартнага блока іерархічных многаўзроўневых сістэм - аэда [87,88]. Утрымліваючы асноўныя ідэі двухузроўневай сістэмы (якая ўключае вонкавае прадстаўленне "уваход-выхад" і структуру, дзе асобныя падпрацэсы, злучаныя ў агульны працэс сваімі ўзаемадзеяннямі (іх лакальнымі ўваходамі і выхадамі), кіруюцца адпаведнымі аб'ектамі, а спосаб злучэння ўсталёўваецца каардынуючым блокам), S^ℓ мае шэраг адрозненняў ад яе, галоўнымі з якіх з'яўляюцца:

наяўнасць матэматычнага азначэння;

кантроль над большай, чым два, колькасцю ўзроўняў, у тым ліку мэтанакіраваны ўдзел у каардынацыі сістэм больш высокіх узроўняў;

валоданне сродкамі кіравання сваёй абстрактнай структурай (навучэнне і самаўладкаванне).

Акрамя гэтага, S^ℓ мае іншыя адметныя рысы - звязаныя выразы аб'екта ${}_oS^\ell$, яго навакольнага асяроддзя ${}_\omega S^l$, працэсу ${}_oP^\ell$, які выконваецца аб'ектам ${}_oS^\ell$ у ${}_\omega S^\ell$, працэсу ${}_\omega P^\ell$, якім сістэма ${}_\omega S^\ell$ змяняе ${}_oS^\ell$, і т.д.

Названыя і іншыя адрозненні з'яўляюцца вынікам патрабаванняў да сістэм праектавання [88], якія павінны:

для сістэм любой прыроды і ва ўмовах любой пачатковай неазначанасці ведаў вырашаць асноўную задачу канструявання і кіравання - задачу сінтэза такой структуры сістэмы, каб яе дзейнасць у сістэмах больш высокіх узроўняў (у навакольным свеце) была ўзгоднена з жаданымі характарыстыкамі гэтых узроўняў;

змяняць спосабы рашэння асноўнай задачы канструявання і кіравання па меры змяншэння неазначанасці звестак - развіцця тэорыі і тэхналогіі асобных класаў сістэм;

змяняць спосабы рашэння двух папярэдніх задач па меры стварэння новых сродкаў прадстаўлення і апрацоўкі ведаў.

Адказваючы названым патрабаванням, S^ℓ уключае тым самым новыя элементы тэорыі канструявання. У прыватнасці, у аэдзе S^ℓ яўна ўлічваецца навакольны свет сістэмы ${}_\omega S^\ell$. Змяненні гэтага свету з'яўляюцца мэтай сістэм, якія праектуюцца, і ён павінен разглядацца не толькі ў кожнай задачы канструявання, але і зараз у тэорыях канструявання, у тым ліку і найбольш прагрэсіўным структурна-функцыянальным падыходзе (а таксама адпаведнай яму мадэлі двухузроўневай сістэмы) ${}_\omega S^\ell$ у яўным выглядзе не ўлічваўся.

Уключэнне у S^{ℓ} навакольнага свету ${}_{\omega}S^{\ell}$ дазваляе фармальна рашаць задачу канструявання як задачу ўзгодненнага фарміравання структур сістэм розных узроўняў. Неабходныя змяненні ў структуры ${}_{\omega}S^{\ell}$ лічацца мэтай, па апісанню якой можа быць з некаторай неакрэсленасцю адноўлена структура ствараемай сістэмы і паслядоўнасць дзеянняў, якія фарміруюць гэтую структуру (задача сінтэза і вызначэння тэхналогіі). У зваротнай задачы (задачы аналіза) па зменах у структуры ствараемай сістэмы разлічваюцца абумоўленыя імі змены ў структуры навакольнага свету.

S^{ℓ} дазваляе таксама імітаваць актыўнасць сістэм розных узроўняў у фарміраванні сістэм больш высокага ўзроўню і (пры паўторных працэсах) аднаўленне сістэмы па аднаму яе элементу у падыходзячых умовах. Гэтая ўласцівасць мае аналагі ў біялагічных і сацыяльных сістэмах, у галаграфічнай памяці і г.д.

Тэорыя іерархічных многаўзроўневых сістэм узгоднена з іншымі інфармацыйнымі мадэлямі і наследуе ўласцівасці найбольш удалых з іх - дынамічнай сістэмы $\left(\overline{\rho},\overline{\varphi}\right)$ [89] і лікавай пазіцыйнай сістэмы L^{S} [90,91]. Дынамічныя і лікавыя пазіцыйныя сістэмы з'яўляюцца прыватнымі з'явамі S і прымянімы на любых інфармацыйных стратах; $\left(\overline{\rho},\overline{\varphi}\right)$ абагульняе ўсе вядомыя матэматычныя мадэлі, а сістэма L^{S} прадстаўляе сабой дакладную інфармацыйную тэхналогію, якая адлюстроўвае агульныя законы іерархічных многаўзроўневых сістэм.

Усе новыя сістэмы ўзнікаюць з існуючых адзінак, якія злучаюцца невядомым раней спосабам і потым (па зваротнай сувязі з болей высокага ўзроўня) адпаведным чынам мяняюць свае характарыстыкі. Па аналогіі, сімвальны (матэматычны) выраз S^{ℓ} пабудаваны з выразаў дынамічных сістэм $\left(\overline{\rho},\overline{\varphi}\right)$ [89], лікавых пазіцыйных сістэм L^{S} і геаметрычных канструкцый *G*, якія затым азначаны ўласнымі сімваламі S^{ℓ} .

Матэматычны выраз S^{ℓ} спачатку будуецца з прымяненнем $\left(\overline{\rho},\overline{\varphi}\right)$ і L^{S}; зваротная задача (трансляцыя $\left(\overline{\rho},\overline{\varphi}\right)$ і L^{S} у тэрміны S^{ℓ}) для $\left(\overline{\rho},\overline{\varphi}\right)$ з'яўляецца дастаткова простай і не патрабуе спецыяльнай увагі, а для L^{S} разглядаецца ніжэй. Акрамя гэтага, у сімвалах S^{ℓ} разглядаюцца таксама найбольш значныя геаметрычныя характарыстыкі - размернасць і звязанасць.

1.4.1. Матэматычны выраз двухузроўневай сістэмы

Двухузроўневая сістэма задаецца наступным чынам:

$$S^{\ell} \leftrightarrow \{\omega, S_0, \sigma\}^{\ell} \qquad (1.9)$$

дзе ω^{ℓ} - агрэгаваная дынамічная рэалізацыя S^{ℓ},
σ^{ℓ} - структура S^{ℓ},
S_0^{ℓ} - каардынатар,
ℓ - індэкс узроўня, $\ell \in L^S$;
L^S - лікавая пазіцыйная сістэма, да якой таксама належаць наборы I^{ℓ} (велічыні m^{ℓ}) індэксаў на адпаведных узроўнях ℓ;

$$\omega^{\ell} \leftrightarrow \{\tilde{\omega}, S_0\}^{\ell}, \qquad \sigma^{\ell} \leftrightarrow \{S_0, \tilde{\sigma}\}^{\ell},$$

$$\tilde{\omega}^{\ell} \leftrightarrow \left\{{}_o(\bar{\rho},\bar{\varphi})^{\ell}, {}_p(\bar{\rho},\bar{\varphi})^{\ell}, {}_\omega(\bar{\rho},\bar{\varphi})^{\ell}\right\}$$

$${}_p(\bar{\rho},\bar{\varphi})^{\ell} \leftrightarrow \left\{{}_{op}(\bar{\rho},\bar{\varphi})^{\ell}, {}_\omega U^{\ell}, {}_{\omega p}(\bar{\rho},\bar{\varphi})^{\ell}\right\}$$

$$\tilde{\sigma}^{\ell} \leftrightarrow \left\{\bar{\omega}^{\ell-1}, {}_\sigma U^{\ell}\right\} \qquad \bar{\omega}^{\ell-1} \leftrightarrow \left\{\omega_i^{\ell-1} : i \in I\right\}$$

дзе ${}_\omega U^{\ell} = \left\{X^{\ell}, {}_\sigma U^{\ell}, Y^{\ell}\right\}$ - узаемадзеянні ${}_o S^{\ell}$ з ${}_\omega S^{\ell}$,
${}_\omega U^{\ell} = {}_\sigma U^{\ell+1} / S^{\ell}$, ${}_\sigma U^{\ell}$ - узаемадзеянні элементаў $\bar{S}^{\ell-1}$ у σ^{ℓ}.

Дынамічныя выразы сістэм ${}_o S^{\ell}$, ${}_o P^{\ell}$, ${}_\omega P^{\ell}$, ${}_\omega S^{\ell}$ запісваюцца наступным чынам:

$$\begin{aligned} {}_o(\bar{\rho},\bar{\varphi})^{\ell} : {}_o\bar{\rho}^{\ell} &= \{{}_o\rho_t : C_t \times X_t \to Y_t \ \&\ t \in T\}^{\ell} \\ {}_o\bar{\varphi}^{\ell} &= \{{}_o\varphi_{tt'} : C_t \times X_{tt'} \to C_{t'} \ \&\ t,t' \in T \ \&\ t' > t\}^{\ell} \end{aligned} \tag{1.10}$$

$$\begin{aligned} {}_{op}(\bar{\rho},\bar{\varphi})^{\ell} : {}_{op}\bar{\rho}^{\ell} &= \left\{{}_{op}\rho_t : X_t \times C_t \to Y_t \ \&\ t \in T\right\}^{\ell} \\ {}_{op}\bar{\varphi}^{\ell} &= \left\{{}_{op}\varphi_{tt'} : X_t \times C_{tt'} \to X_{t'} \ \&\ t,t' \in T \ \&\ t' > t\right\}^{\ell} \end{aligned} \tag{1.11}$$

$$\begin{aligned} {}_{\omega p}(\bar{\rho},\bar{\varphi})^{\ell} : {}_{\omega p}\bar{\rho}^{\ell} &= \left\{{}_{\omega p}\rho_t : {}_\omega X_t \times {}_\omega C_t \to {}_\omega Y_t \ \&\ t \in T\right\}^{\ell} \\ {}_{\omega p}\bar{\varphi}^{\ell} &= \left\{{}_{\omega p}\varphi_{tt'} : {}_\omega X_t \times {}_\omega C_{tt'} \to {}_\omega X_{t'} \ \&\ t,t' \in T \ \&\ t' > t\right\}^{\ell} \end{aligned} \tag{1.12}$$

$$\begin{aligned} {}_\omega(\bar{\rho},\bar{\varphi})^{\ell} : {}_\omega\bar{\rho}^{\ell} &= \{{}_\omega\rho_t : {}_\omega C_t \times {}_\omega X_t \to {}_\omega Y_t \ \&\ t \in T\}^{\ell} \\ {}_\omega\bar{\varphi}^{\ell} &= \{{}_\omega\varphi_{tt'} : {}_\omega C_t \times {}_\omega X_{tt'} \to {}_\omega C_{t'} \ \&\ t,t' \in T \ \&\ t' > t\}^{\ell} \end{aligned} \tag{1.13}$$

дзе T^{ℓ} - час узроўня ℓ, адносіны сімвалаў C^{ℓ}, X^{ℓ}, Y^{ℓ} задае табл.1.3:

Табліца 1.3

Сувязі сімвалаў C^ℓ, X^ℓ, Y^ℓ

$_\omega U^\ell$	C^ℓ	X^ℓ	Y^ℓ
$_o S^\ell$	C^ℓ	X^ℓ	Y^ℓ
$_o P^\ell$	X^ℓ	C^ℓ	Y^ℓ
$_\omega P^\ell$	$_{\tau\omega}X^\ell \times Y^\ell = {}_\omega X^\ell$	$_\omega C^\ell$	$_{\tau\omega}Y^\ell \times X^\ell = {}_\omega Y^\ell$
$_\omega S^\ell$	$_\omega C^\ell$	$_{\tau\omega}X^\ell \times Y^\ell = {}_\omega X^\ell$	$_{\tau\omega}Y^\ell \times X^\ell = {}_\omega Y^\ell$

$_{\tau\omega}X^\ell$ і $_{\tau\omega}Y^\ell$ - кампаненты $_\omega X^\ell$ і $_\omega Y^\ell$, якія не залежаць ад S^ℓ непасрэдна.

Каардынатар S_0^ℓ таксама задаецца сістэмай

$$S_0^\ell \leftrightarrow \{\omega_0, S_0, \sigma_0\}^\ell \tag{1.14}$$

дзе ω_0^ℓ - агрэгаваная дынамічная рэалізацыя S_0^ℓ, σ_0^ℓ - структура S_0^ℓ, ω_0^ℓ фарміруецца з ведаў $_\omega U_0^\ell$ аб узаемадзеяннях S_0^ℓ з $_\omega S_0^\ell = \left\{{}_\omega S_0^{\ell/\ell-1}, {}_\omega S_0^{\ell/\ell+1}\right\}$:

$$_\omega U_0^\ell = \left\{X_0^\ell, {}_\sigma U_0^\ell, Y_0^\ell\right\} \tag{1.15}$$

$$X_0^\ell = \left\{G^{\ell+1}, W^\ell\right\} \qquad Y_0^\ell = \left\{G^\ell, W^{\ell+1}\right\}$$

$$\left\{W^\ell, \sigma^\ell, G^\ell\right\} = {}_\omega U_0^{\ell/\ell-1} \qquad \left\{G^{\ell+1}, \omega^\ell, W^{\ell+1}\right\} = {}_\omega U_0^{\ell/\ell+1}$$

G^ℓ - сігнал каардынацыі элементам $\overline{S}^{\ell-1} = \left\{S_i^{\ell-1} : i \in I^\ell\right\}$,

$W^{\ell+1}$ - зваротная сувязь ад S_0^ℓ да каардынатара $S_0^{\ell+1}$,

$G^{\ell+1}$ - сігналы каардынацыі ад $S_0^{\ell+1}$,

W^ℓ - зваротная сувязь ад $S^{\ell-1}$:

$$\gamma_t^\ell = \left\{\sigma^\ell \middle| \overline{T}^{\ell t}, \sigma^\ell \middle| T_t^\ell\right\}^\ell, \tag{1.16}$$

$$\omega_t^{\ell t} = \left\{\sigma^\ell \middle| \overline{T}^{\ell t}, \sigma^\ell \middle| T_t^\ell\right\}^{\ell-1},$$

$$\gamma_t^{\ell+1} = \left\{\sigma^{\ell+1} \middle| \overline{T}^{(\ell+1)t}, \sigma^{\ell+1} \middle| T_t^{\ell+1}\right\}^{\ell+1},$$

$$\omega_t^{(\ell+1)t} = \left\{\sigma^{\ell+1}\middle|\overline{T}^{(\ell+1)t}, \sigma^{\ell+1}\middle|T_t^{\ell+1}\right\}^{\ell}.$$

Каардынатар з'яўляецца многаслойнай сістэмай і мае тры слаі: выбара (${}_{\lambda}S_0^{\ell}$), навучэння (${}_{\varphi}S_0^{\ell}$) і самаарганізацыі (${}_{\psi}S_0^{\ell}$), якія злучаны наступным чынам:

$$\begin{aligned} {}_{\lambda}S_0^{\ell} &= \{{}_{\lambda}\omega^{\ell},\ {}_{\varphi}S_0^{\ell},\ {}_{\lambda}\sigma^{\ell}\}, \\ {}_{\varphi}S_0^{\ell} &= \{{}_{\varphi}\omega^{\ell},\ {}_{\psi}S_0^{\ell},\ {}_{\varphi}\sigma^{\ell}\}, \\ {}_{\psi}S_0^{\ell} &= \{{}_{\psi}\omega^{\ell},\ {}_{?}S_0^{\ell},\ {}_{\psi}\sigma^{\ell}\}. \end{aligned} \tag{1.17}$$

Задача слоя выбару - кіраванне сістэмай S^{ℓ} сродкамі той стратэгіі каардынацыі ${}_{\tau}\lambda_o^{\ell} \in \Lambda_o^{\ell} = \left\{{}_{\tau}\lambda_o^{\ell}, {}_{\gamma}\lambda_o^{\ell}, {}_{\beta}\lambda_o^{\ell}, {}_{\alpha}\lambda_o^{\ell}\right\}$, якая адпавядае бягучаму стану арганізаванасці сістэмы і неакрэсленасці ведаў аб ёй у S_0^{ℓ}; задача слоя навучэння - кіраванне зменай стратэгій каардынацыі (структурай слоя ${}_{\lambda}S_0^{\ell}$); слой самаарганізацыі змяняе агульны стан сімвальнага выраза S^{ℓ}.

У S^{ℓ} на кожным $\ell \in L$ прастора станаў ${}_{\psi}C^{\ell}$ мае чатыры класа арганізаванасці сістэмы і акрэсленасці ведаў аб ёй, якія індэксуюцца наборам ${}_{\psi}L = \{?, \gamma, \beta, \alpha\}$, дзе сімвал ? адказвае найменшаму ўзроўню арганізаванасці S^{ℓ} (калі ўзровень сувязей у σ^{ℓ} не больш ℓ-3) і найбольшай неакрэсленнасці ведаў каардынатара (S_0^{ℓ} мае ў гэтым выпадку толькі абстрактны выраз S^{ℓ} на бягучы момант $t^{\ell} \in \left\{{}_{?}T^{\ell}, {}_{\gamma}T^{\ell}, {}_{\beta}T^{\ell}, {}_{\alpha}T^{\ell}\right\}$); далей адпаведныя ўзроўні растуць і сімвал α адказвае максімальна высокай арганізаванасці S^{ℓ} і акрэсленасці інфармацыі яе каардынатара S_0^{ℓ}. Кожнаму стану ${}_{\tau}c^{\ell} \in_{\psi} C^{\ell}$ ($\tau \in_{\psi} L$) сістэмы S^{ℓ} адпавядае свая ўласная стратэгія каардынацыі ${}_{\tau}\lambda_0^{\ell} \in \Lambda_0^{\ell}$. Заўважым, што элементы $\overline{S}^{\ell-1}$ сістэмы S^{ℓ} звязаны ў σ^{ℓ} па сваіх працягах ${}_{\omega}U_i^{\ell-1} = \widetilde{S}_i^{\ell-1}$ (як і ${}_{o}S^{\ell}$ звязаны з ${}_{\omega}S^{\ell}$ па ${}_{\omega}U^{\ell} = \widetilde{S}^{\ell}$, дзе $\widetilde{S}^{\ell}$ - працяг ${}_{o}\widetilde{S}^{\ell}$ у ${}_{\omega}S^{\ell}$), што робіць канчатковую дыскрэтную сістэму σ^{ℓ} бесперапыннай (безразрыўнай), хоць невысокія ўзроўні (дэфекты) некаторых сувязей з'яўляюцца ў нейкім сэнсе разрывамі.

Існуюць таксама безразрыўныя міжузроўневыя сувязі - сістэму ўзроўня ℓ у стане α можна лічыць сістэмай узроўня ℓ+1 у стане β, ℓ+2 - у стане γ і ℓ+3 - у стане (?). Матэматычна гэты закон запісваецца наступным чынам:

$$({}_{S}\Psi) \quad \left\{\left(S^{\ell}\middle|T^{\ell} = {}_{?}S^{\ell}\right) \Rightarrow \left(S^{\ell}\middle|T^{\ell+`1} = {}^{0}?\right)\right\}\& \tag{1.18}$$

$$\left\{\left[\left(S^{\ell}\middle|T^{\ell}={}_{\gamma}S^{\ell}\right)\&(\exists t')\left(t'={}_{?}t^{\ell+1}\in_{?}T^{\ell+1}\right)\&\left({}_{?}t^{\ell+2}={}^{0}?_{t}\right)\right]\Rightarrow\right.$$
$$\Rightarrow\left(S^{\ell}\middle|T^{\ell+`1}={}_{?}S^{\ell+1}\right)\&\left(S^{\ell}\middle|T^{\ell+2}={}^{0}?\right)\}\&$$
$$\&\left\{\left[\left(S^{\ell}\middle|T^{\ell}={}_{\beta}S^{\ell}\right)\&(\exists t'')\left(t''={}_{\gamma}t^{\ell+1}\in_{\gamma}T^{\ell+1}\right)\left(t''={}_{?}t^{\ell+2}\in_{?}T^{\ell+2}\right)\left({}_{?}t^{\ell+3}={}^{0}?_{t}\right)\right]\Rightarrow\right.$$
$$\Rightarrow\left(S^{\ell}\middle|T^{\ell+`1}={}_{\gamma}S^{\ell+1}\right)\&\left(S^{\ell}\middle|T^{\ell+2}={}_{?}S^{\ell+2}\right)\&\left(S^{\ell}\middle|T^{\ell+3}={}^{0}?\right)]\}\&$$
$$\&\left\{\left[\left(S^{\ell}\middle|T^{\ell}={}_{\alpha}S^{\ell}\right)\&(\exists t''')\left(t'''={}_{\beta}t^{\ell+1}\in_{\beta}T^{\ell+1}\right)\left(t'''={}_{\gamma}t^{\ell+2}\in_{\gamma}T^{\ell+2}\right)\left(t'''={}_{?}t^{\ell+3}\in_{?}T^{\ell+3}\right)\Rightarrow\right.\right.$$
$$\Rightarrow\left(S^{\ell}\middle|T^{\ell+`1}={}_{\beta}S^{\ell+1}\right)\&\left(S^{\ell}\middle|T^{\ell+2}={}_{\gamma}S^{\ell+2}\right)\&\left(S^{\ell}\middle|T^{\ell+3}={}_{?}S^{\ell+3}\right)]\}$$

дзе сімвал ${}^{0}?$ адпавядае абсалютнай неакрэсленасці і неарганізаванасці S^{ℓ} адносна бягучага ўзроўня $\ell\in L$.

1.4.2. Лікавая і геаметрычная інфармацыя ў S^{ℓ}

Прастора станаў ${}_{\tau}c^{\ell}\in_{\psi}C^{\ell}$, $\tau\in_{\psi}L$ з'яўляецца найбольш абстрактнай у S^{ℓ}. Больш канкрэтныя адзнакі на ўзроўнях $\tau\in_{\psi}L$ можна атрымаць у кодзе лікавай пазіцыйнай сістэмы L^{S}, мадэль якой дастаткова разгледзець на прыкладзе аднаго стандартнага блоку $L^{S^{\ell}}$.

Такі блок азначаецца на базіснай сістэме ${}_{\psi}\widetilde{T}^{\ell}$:

$$\begin{aligned}
&{}_{\psi}\widetilde{T}^{\ell}=\left\{\widetilde{\alpha}^{\ell}={}_{\alpha}\widetilde{\tau}^{\ell},\widetilde{\beta}^{\ell}={}_{\beta}\widetilde{\tau}^{\ell},\widetilde{\gamma}^{\ell}={}_{\gamma}\widetilde{\tau}^{\ell},\widetilde{?}^{\ell}={}_{?}\widetilde{\tau}^{\ell}\right\} \qquad (1.19)\\
&\widetilde{\alpha}^{\ell}=\quad\left({}^{-}\widetilde{\alpha}^{\ell},{}^{0}\widetilde{\alpha}^{\ell},{}^{+}\widetilde{\alpha}^{\ell}\right)=\left\{(\alpha,\beta,\gamma,?)^{\ell},\widetilde{\beta}^{\ell},(?,\gamma,\beta,\alpha)^{\ell}\right\}\\
&\widetilde{\beta}^{\ell}={}^{0}\widetilde{\alpha}^{\ell}=\left({}^{-}\widetilde{\beta}^{\ell},{}^{0}\widetilde{\beta}^{\ell},{}^{+}\widetilde{\beta}^{\ell}\right)=\left\{(\beta,\gamma,?)^{\ell},\widetilde{\gamma}^{\ell},(?,\gamma,\beta)^{\ell}\right\}\\
&\widetilde{\gamma}^{\ell}={}^{0}\widetilde{\beta}^{\ell}=\left({}^{-}\widetilde{\gamma}^{\ell},{}^{0}\widetilde{\gamma}^{\ell},{}^{+}\widetilde{\gamma}^{\ell}\right)=\left\{(\gamma,?)^{\ell},\widetilde{?}^{\ell},(?,\gamma)^{\ell}\right\}\\
&\widetilde{?}^{\ell}={}^{0}\widetilde{\gamma}^{\ell}=\left({}^{-}\widetilde{?}^{\ell},{}^{0}\widetilde{?}^{\ell},{}^{+}\widetilde{?}^{\ell}\right)=\left\{{}^{-}\widetilde{?}^{\ell},{}^{0}\widetilde{?}^{\ell},{}^{+}\widetilde{?}^{\ell}\right\}\\
&(\alpha,\beta,\gamma,?)^{\ell}=({}^{-}\alpha,{}^{-}\beta,{}^{-}\gamma,{}^{-}?)^{\ell}\\
&(?,\gamma,\beta,\alpha)^{\ell}=({}^{+}?,{}^{+}\gamma,{}^{+}\beta,{}^{+}\alpha)^{\ell}
\end{aligned}$$

Дыяграма ${}_{\ell\tau}\Psi$ на мал.1.3 задае адносіны сістэм ${}_{\psi}\widetilde{T}^{\ell ?},{}_{\psi}\widetilde{T}^{\ell\gamma},{}_{\psi}\widetilde{T}^{\ell\beta},{}_{\psi}\widetilde{T}^{\ell\alpha}$ ($\ell_{\alpha}\xleftrightarrow{\alpha}\ell$, $\ell_{\beta}\xleftrightarrow{\alpha}\ell\pm1$, $\ell_{\gamma}\xleftrightarrow{\alpha}\ell\pm2$, $\ell_{?}\xleftrightarrow{\alpha}\ell\pm3$) і з'яўляецца па сутнасці аналагам асноўнага закону ${}_{S}\Psi$ сістэмы S^{ℓ} на ${}_{\psi}\widetilde{T}^{\ell}$, сімвал $\xleftrightarrow{\tau}$, $\tau\in_{\psi}L$ служыць для пазначэння адпаведнасці злучаных такім чынам сістэм; $\tau=\alpha$

адпавядае эквівалентнасці (калі адрозненне злучаных сістэм мае ўзровень $\hat{\ell} \le \ell - 1$), сімвалы β, γ, ? адказваюць адрозненням узроўня не больш, чым ℓ-2, ℓ-1 і ℓ адпаведна.

У адпаведнасці з ${}_{\ell\tau}\Psi$, сувязі лікавых характарыстык у L^S задаюцца наступным чынам:

$$
\begin{array}{ccccccc}
\alpha^{\ell} & & \beta^{\ell+1} & & \gamma^{\ell+2} & & ?^{\ell+3} \\
\updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\
1^{\ell} & = & 0.1^{\ell+1} & = & 0.01^{\ell+2} & = & 0.001^{\ell+3} \\
\| & & & \searrow & & & \\
10^{\ell-1} & & & & \omega^{\ell}(L^{S\ell}) & & \\
& \nwarrow\!\!\searrow & & & & & \\
& \sigma^{\ell}(\overline{L}^{S(\ell-1)}) & & & & &
\end{array}
\qquad (1.20)
$$

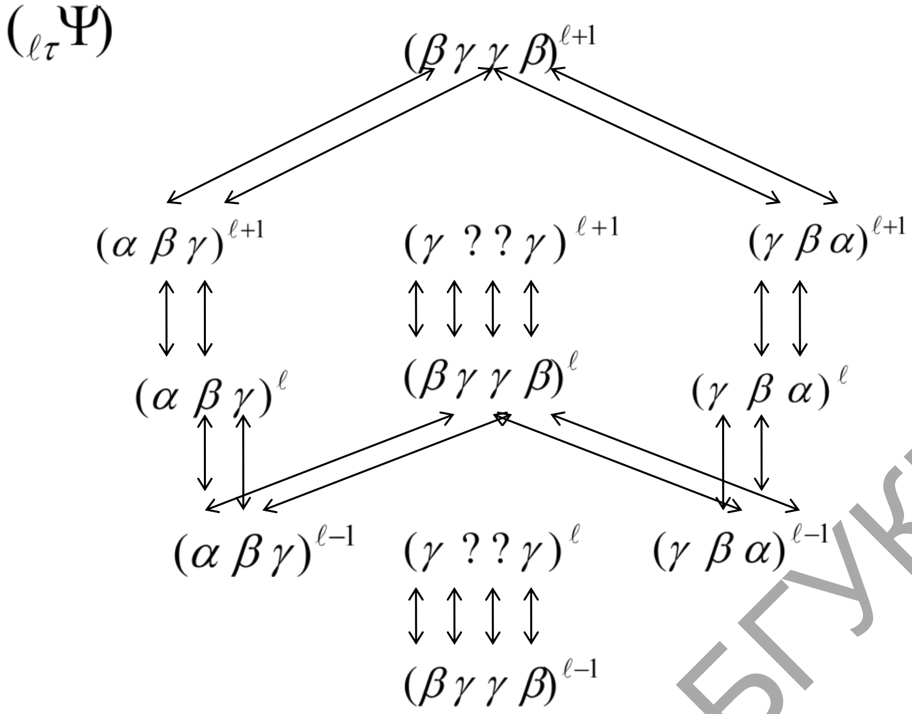
дзе 1^{ℓ} - адзінка ўзроўня ℓ, асновы $m^{\ell-1}$, m^{ℓ}, $m^{\ell+1}$, $m^{\ell+2}$, $m^{\ell+3}$ не абавязкова аднолькавыя.

Мал.1.4 дае прадстаўленне аб структуры адной з сістэм $L^{S^{\ell}}$ і яе працягу ${}_{\omega}U^{\ell} = \widetilde{L}^{S^{\ell}}$, па якім яна звязана з іншымі адзінкамі свайго ўзроўня, і адлюстроўвае некаторыя асноўныя рысы L^S: бесперапыннасць яе структуры на кожным узроўні і бесперапынны рух узроўняў.

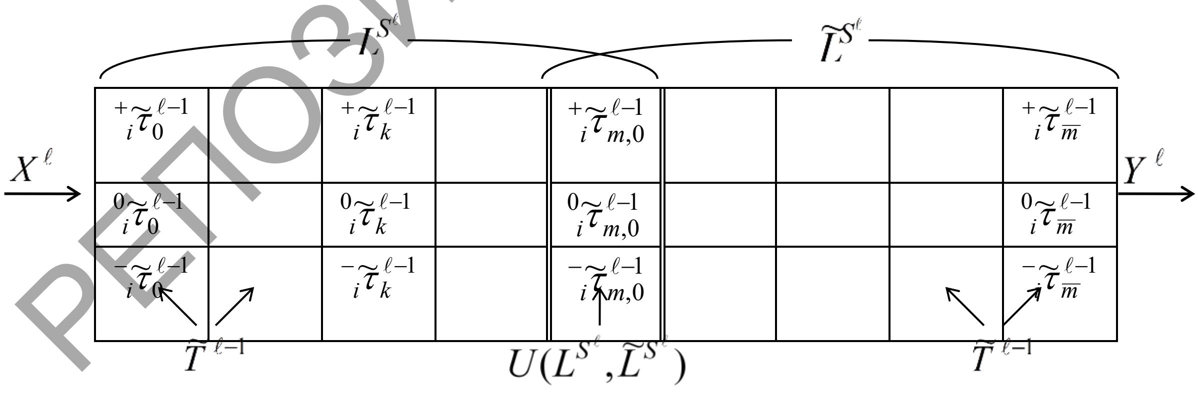
Сістэма L^S дзейнічае наступным чынам. У эталонным стане блок $\{L^S, \widetilde{L}^S\}$ мае толькі нейтральныя элементы і можа атрымліваць на ўваход X^{ℓ} элементы рознай арыентацыі; злучэнне процілегла арыентаваных элементаў зноў дае нейтральны. Калі колькасць аднолькава арыентаваных элементаў стане роўнай m^{ℓ}, на ўзровень $\ell+1$ ідзе сігнал $w^{\ell+1}$ (адзінка ўзроўня ℓ) аб пераходзе $L^{S^{\ell}}$ у стан α^{ℓ}. У гэтым стане кожная сістэма $L_i^{S\ell}$ аддае свой працяг $\widetilde{L}_i^{S\ell}$ сістэме $L_{i+1}^{S\ell}$ і далей уваходы ўзроўня ℓ атрымлівае $L_{i+1}^{S\ell}$.

Зменай станаў сістэмы $L^{S^{\ell}}$ у прасторы ${}_{\psi}L = \{?, \gamma, \beta . \alpha\}$ кіруе яе каардынатар $S_0^{\ell}\big|L^S$ функцыяй $\hat{\varphi}_0^{\ell}\big|L^S \subset \hat{\omega}_0^{\ell}\big|L^S$ са свайго кананічнага выразу $\hat{\omega}_0^{\ell}$ у ${}_{\tau}C_0^{\ell}$, $\tau \subset_{\psi} L^S$.

Для таго, каб звязаць L^S з палямі рацыянальных, камплексных і гіперкамплексных лікаў, разгледзім табліцы множання на адпаведных звужэннях ${}_{\psi}\widetilde{T}^{\ell}$.



Мал.1.3. Міжузроўневыя сувязі ў L^S (фрагмент)



Мал.1.4. Сістэма L^{S^ℓ} і яе працяг ${}_{\omega}U^\ell = \widetilde{L}^{S^\ell}$

Множанне рацыянальных лікаў задаецца табліцай функцый змены станаў $_{\mathbf{R}}\left(\hat{\varphi}_{\mathbf{0}}^{\ell}\middle|L^{S}\right)^{*}\leftrightarrow_{\mathbf{R}}(*)$ на звужэнні $_{\mathbf{R}\psi}\widetilde{T}^{\ell}$ сістэмы $_{\psi}\widetilde{T}^{\ell}$ (табл.1.4):

$$_{\mathrm{R}\psi}\widetilde{T}^{\ell}=\{^{-}\alpha,{}^{0}\beta,{}^{+}\gamma\}^{\ell}\&\beta^{\ell}\in{}^{\pm}\alpha^{\ell}, \tag{1.21}$$

β^{ℓ} выконвае роль нуля, а $^{\pm}\alpha^{\ell}$ - адзінкі.

Множанню ў полі камплексных лікаў адказвае табліца $_{\mathbf{C}}(*)\leftrightarrow_{\mathbf{C}}\left(\hat{\varphi}_{\mathbf{0}}^{\ell}\middle|L^{S}\right)^{*}$ на $_{\mathrm{C}\psi}\widetilde{T}^{\ell}\leftrightarrow\{^{-}\alpha,{}^{-}\beta,\gamma,{}^{+}\beta,{}^{+}\alpha\}^{\ell}\&\gamma^{\ell}\in{}^{\pm}\alpha^{\ell}\&\gamma^{\ell}\in{}^{\pm}\beta^{\ell}\&\pm\mathrm{Re}(\omega^{\ell})={}^{\pm}\alpha^{\ell}\&$ $\&\pm\mathrm{Im}(\omega^{\ell})={}^{\pm}\beta^{\ell}\&\gamma^{\ell}\leftrightarrow 0^{\ell}\in\mathrm{C}^{\ell}\&\omega^{\ell}\in\mathrm{C}^{\ell}$ (табл.1.5).

Табліца $_{\mathbf{Z}}(*)$ множання гіперкамплексных лікаў (табл.1.6) азначана на ўзоры кватэрніонаў; адпаведная ёй дыяграма сувязей мнемакоду задаецца на $_{\mathbf{Z}\psi}\widetilde{T}^{\ell}\leftrightarrow\{^{-}\alpha,{}^{-}\beta,{}^{-}\gamma,{}^{-}?,{}^{0}?,{}^{+}?,{}^{+}\gamma,{}^{+}\beta,{}^{+}\alpha\}^{\ell}$, дзе $^{0}?^{\ell}\leftrightarrow 0^{\ell}$, $^{\pm}\alpha^{\ell}$ - сапраўдная адзінка, $^{\pm}\beta^{\ell}$, $^{\pm}\gamma^{\ell}$, $^{\pm}?^{\ell}$ - тры ўяўныя (мал.1.5).

Усе табліцы множання атрымліваюцца з $_{\ell\tau}\Psi$ наступным чынам:

індэкс $i_{c}\in_{\psi}L$ элементаў станаў адпавядае $_{ic}\widetilde{\tau}^{\ell}$ у крынічным стане сістэмы $_{\psi}\widetilde{T}^{\ell}$, дзе цэнтрам каардынат лічыцца $_{\alpha}\widetilde{\tau}^{\ell}$;

індэкс $i_{x}\in_{\psi}L$ элементаў уваходаў (сігналаў каардынацыі) задае ўзровень i_{x}; з якога далей разглядаецца сістэма $_{\psi}\widetilde{T}^{\ell}$, інакш кажучы, i_{x} задае новы цэнтр каардынат.

змяненне індэксаў стану адбываецца так, каб ніводны з радкоў табліц не паўтарыў вынік іншых радкоў.

Лёгка ўбачыць, што ўсе алгебраічныя сістэмы і аўтаматы атрымліваюцца як асобныя выпадкі лікавай пазіцыйнай сістэмы L^{S}, але зваротнае немагчыма, таму што L^{S} з'яўляецца іерархічнай многаўзроўневай сістэмай з міжузроўневымі сувязямі, якія не могуць быць азначаны ні адным з аднаўзроўневых матэматычных выразаў.

Заўважым, што на большую агульнасць і адначасова большую канкрэтнасць лікавых пазіцыйных сістэм у параўнанні з алгебрай, аналізам і геаметрыяй указваў Лебег [90].

Лікавая пазіцыйная сістэма L^{S} звязвае ўсе лікавыя адзнакі S^{ℓ}.

Так, метрычная характарыстыка $\mu^{\ell}\in M^{\ell}$ (мера даўжынь, плошчаў, аб'ёмаў, вуглоў) атрымліваецца ў адзінках (эталонах) $_{\tau}\eta^{\ell}\in H^{\ell}=\{_{?}\eta,{}_{\gamma}\eta,{}_{\beta}\eta,{}_{\alpha}\eta\}$ з каэфіцыэнтамі з L^{S} :

$$_{\tau}\widetilde{\mu}^{\ell}={}_{\tau}\left({}^{-}\widetilde{\mu}^{\ell},{}^{0}\widetilde{\mu}^{\ell},{}^{+}\widetilde{\mu}^{\ell}\right),\quad {}_{0}^{\tau}\widetilde{\mu}^{\ell}={}_{\tau}\left({}^{-}\widetilde{\mu}^{\ell-1},{}^{0}\widetilde{\mu}^{\ell-1},{}^{+}\widetilde{\mu}^{\ell-1}\right)={}_{\tau}\widetilde{\mu}^{\ell-1} \tag{1.22}$$

Табліца 1.4

$$\mathbf{R}^{(*)}$$

X^{ℓ} \ C^{ℓ}	$^{-}\alpha$	β	$^{+}\alpha$
$^{-}\alpha$	$^{+}\alpha$	β	$^{-}\alpha$
β	β	β	β
$^{+}\alpha$	$^{-}\alpha$	β	$^{+}\alpha$

Табліца 1.5

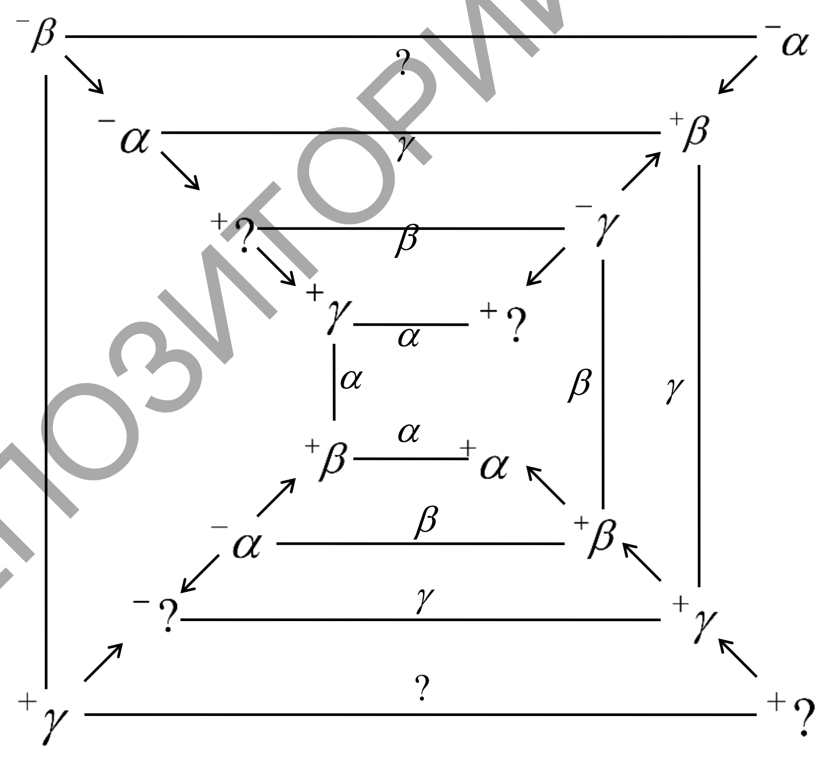
$$\mathbf{C}^{(*)}$$

X^{ℓ} \ C^{ℓ}	$^{-}\alpha$	$^{-}\beta$	γ	$^{+}\beta$	$^{+}\alpha$
$^{-}\alpha$	$^{+}\alpha$	$^{+}\beta$	γ	$^{-}\beta$	$^{-}\alpha$
$^{-}\beta$	$^{+}\beta$	$^{-}\alpha$	γ	$^{+}\alpha$	$^{-}\beta$
γ	γ	γ	γ	γ	γ
$^{+}\beta$	$^{-}\beta$	$^{+}\alpha$	γ	$^{-}\alpha$	$^{+}\beta$
$^{+}\alpha$	$^{-}\alpha$	$^{-}\beta$	γ	$^{+}\beta$	$^{+}\alpha$

Табліца 1.6

$$\mathbf{Z}^{(*)}$$

X^{ℓ} \ C^{ℓ}	$^{0}?$	$^{+}?$	$^{+}\gamma$	$^{+}\beta$	$^{+}\alpha$
$^{0}?$	$^{0}?$	$^{0}?$	$^{0}?$	$^{0}?$	$^{0}?$
$^{+}?$	$^{0}?$	$^{-}\alpha$	$^{-}\beta$	$^{+}\gamma$	$^{+}?$
$^{+}\gamma$	$^{0}?$	$^{+}\beta$	$^{-}\alpha$	$^{-}?$	$^{+}\gamma$
$^{+}\beta$	$^{0}?$	$^{-}\gamma$	$^{+}?$	$^{+}\alpha$	$^{+}\beta$
$^{+}\alpha$	$^{0}?$	$^{+}?$	$^{+}\gamma$	$^{+}\beta$	$^{+}\alpha$



Мал.1.5. Дыяграма сувязей мнемакоду

дзе $\tau \in_{\psi} L$, ${}^{-}\tilde{\mu}^{\ell}$ - адмоўная, ${}^{0}\tilde{\mu}^{\ell}$ - нейтральная, ${}^{+}\tilde{\mu}^{\ell}$ - дадатная часткі $\tilde{\mu}^{\ell}$; адзінка адзнакі ${}^{0}\tilde{\mu}^{\ell}$ з'яўляецца адзінкай больш нізкага ўзроўня ℓ-1 і г.д. Лікавыя адзнакі арганізаванасці S^{ℓ} - дэфект звязанасці $\tilde{\xi}^{\ell}$ і канструктыўная размернасць $\tilde{\delta}^{\ell}$ - будуюцца наступным чынам.

Няхай зададзены аб'ект Ξ^{ℓ} і атабражэнне ${}_{\xi}\mathrm{R}\colon {}_{\sigma}U^{\ell} \to \Xi^{\ell}$, такія што:

$$\Xi^{\ell} = \left\{\xi_{\sigma}^{\ell} = (\xi,n)_{\sigma}^{\ell} : (\xi,n)_{\sigma}^{\ell} \in L \times N \,\&\, \xi \in L \,\&\, n \in N \,\&\, N = \mathbf{N}^{+} \cup \{0\}\right\},$$

$$\left[{}_{\xi}\mathrm{R}({}_{\sigma}U^{\ell}) = (\xi,n)_{\sigma}^{\ell}, \xi = \ell - \hat{\ell}\right] \Leftrightarrow \tag{1.23}$$

$$\Leftrightarrow \left[(\exists_{\omega}\overline{U}^{\hat{\ell}} \subset_{\sigma} U^{\ell})({}_{\omega}\overline{U}^{\hat{\ell}} = \{{}_{\omega}U_{i}^{\hat{\ell}} : {}_{\ell}\mathrm{R}({}_{\omega}U_{i}^{\hat{\ell}}) = \hat{\ell}\} \,\&\, {}_{n}\mathrm{R}({}_{\omega}\overline{U}^{\hat{\ell}}) = n\right],$$

${}_{\ell}\mathrm{R}\colon {}_{\omega}U_{i}^{\hat{\ell}} \to L$, ${}_{n}\mathrm{R}\colon {}_{\omega}\overline{U}^{\hat{\ell}} \to N$, n - магутнасць ${}_{\omega}\overline{U}^{\hat{\ell}}$,

${}_{\omega}U_{i}^{\hat{\ell}}$ - узаемадзеянні $S_{i}^{\ell-1}$ у σ^{ℓ};

$\mathbf{N}^{+}$ - мноства натуральных лікаў, $L \in L^{S}$.

Тады ξ_{σ}^{ℓ} называецца дэфектам звязанасці σ^{ℓ} парадку ξ кратнасці n, пры гэтым:

$$(\forall \ell \in L) \Rightarrow (\xi_{\sigma} \in I_{\xi}, I_{\xi} = \{0,1,2,3\}). \tag{1.24}$$

Месцазнаходжанне ў σ^{ℓ} парушэнняў звязанасці вызначаюцца параметрам $\xi_{\sigma,\gamma}^{\ell}$:

$$\xi_{\sigma,\gamma}^{\ell} = (i,\tau)_{\xi} \ldots (i,\tau)_{0}: \tag{1.25}$$

$$(\forall \xi^{\ell} \ge 0) \Rightarrow \left[(i,\tau)_{\xi} = \left\{(i,\tau) : (i,\tau) \in I^{\ell} \times I^{\ell} \,\&\, \tau \ne i \,\&\, {}_{\xi}\mathrm{R}(\mathrm{U}_{i,\tau}^{\ell} = \ell - \hat{\ell} = \xi^{\ell}\right\}\right]$$

Для кожнай сістэмы S^{ℓ} узроўня $\ell \in L$ дэфектам звязанасці ξ_{ω}^{ℓ} у ${}_{\omega}S^{\ell}$ называецца звужэнне дэфекта звязнасці $\xi_{\sigma,\gamma}^{\ell+1}$ сістэмы $S^{\ell+1}$ на ${}_{\omega}U^{\ell}$.

У кодзе лікавай пазіцыйнай сістэмы L^{S} дэфект звязанасці задаецца ў выглядзе:

$$\tilde{\xi}^{\ell} = (n_{3} \ldots n_{0})_{\xi}, \quad \tilde{\xi}^{\ell} \in \{\xi_{\sigma}^{\ell}, \xi_{\omega}^{\ell}\}. \tag{1.26}$$

Фармальнае азначэнне канструктыўнай размернасці і спосаб яе разлікаў атрымліваецца з азначэння і спосаба разліку дэфекта звязанасці $\tilde{\xi}^{\ell}$.

Канструктыўнай размернасцю $\delta^{\ell} \in \Delta^{\ell}$ сістэмы S^{ℓ} называецца яе лікавая характарыстыка, якая запісваецца ў кодзе L^{S}:

$$\widetilde{\delta}^{\ell} = \left(n_3 ... n_0\right)_{\delta}, \quad \widetilde{\delta}^{\ell} \in \{\delta_{\sigma}^{\ell}, \delta_{\omega}^{\ell}\}, \quad (n_i)_{\delta} = (n_{3-i})_{\xi} \qquad (1.27)$$

дзе $(n_i)_{\delta} \in N$, i=0,1,2,3; δ_{ω}^{ℓ} і δ_{σ}^{ℓ} - канструктыўныя размернасці σ^{ℓ} і ω^{ℓ} адпаведна.

Заўважым, што размернасці Еўкліда, Лебега-Браўэра, Урысона і параметрычная атрымліваюцца як асобныя з'явы канструктыўнай размернасці $\widetilde{\delta}^{\ell}$, а вядомыя класы графаў можна азначыць з дапамогай $\widetilde{\xi}^{\ell}$.

Прыклад сувязі $\widetilde{\delta}^{\ell}$ з размернасцю Еўкліда даюць адносіны:

калі $\widetilde{\delta}^{\ell} \leftrightarrow$	0 0 0 1	$\leftrightarrow$	S^{ℓ} -	кропка;
	0 0 1 0			лінія;
	0 1 0 0			паверхня;
	1 0 0 0			3-мерны аб'ект.

Прадстаўленне $\widetilde{\mu}^{\ell}$, $\widetilde{\xi}^{\ell}$ і $\widetilde{\delta}^{\ell}$ у кодзе L^S дае магчымасць выконваць з імі ўсе яе дзеянні, у тым ліку разлічваць змены размернасці і звязанасці аб'ектаў пры зменах іх маштабаў (множанне у $_{\psi}\widetilde{T}^{\ell}$). Адзнакі $\widetilde{\mu}^{\ell}$, $\widetilde{\xi}^{\ell}$ і $\widetilde{\delta}^{\ell}$ структуры σ^{ℓ} і сціснутай (агрэгаванай) дынамічнай рэалізацыі ω^{ℓ} разлічваюцца адна па другой у адпаведнасці з законам $_{S}\Psi$.

Акрамя гэтага, магчыма, дзякуючы здольнасці да сціскання інфармацыі і аднаўлення яе па любому фрагменту, рашаць задачы сінтэзу складаных структур з элементаў больш нізкага ўзроўню з разлікам іх агрэгаваных характарыстык на больш высокіх узроўнях.

1.5. Высновы

Прыведзена матэматычнае азначэнне іерархічнай многаўзроўневай сістэмы S^{ℓ}.

Паказана, што тэорыя іерархічных многаўзроўневых сістэм узгоднена з іншымі інфармацыйнымі мадэлямі і ўдасканальвае асноўныя характарыстыкі найбольш удалых з іх - дынамічнай сістэмы $\left(\overline{\rho}, \overline{\varphi}\right)$ [89] і лікавай пазіцыйнай сістэмы L^S.

Выраз S^{ℓ} уключае звязаныя каардынатарам S_0^{ℓ} выразы аб'екта $_{o}S^{\ell}$, яго навакольнага свету $_{\omega}S^{\ell}$, працэса $_{o}P^{\ell}$, які выконваецца аб'ектам $_{o}S^{\ell}$ у $_{\omega}S^{\ell}$, працэсу $_{\omega}P^{\ell}$, якім сістэма $_{\omega}S^{\ell}$ змяняе $_{o}S^{\ell}$.

У адрозненне ад іншых тэорый канструявання, у тым ліку і найбольш прагрэсіўнага структурна-функцыянальнага падыходу (а таксама адпаведнай яму мадэлі двухузроўневай сістэмы), у выразе S^{ℓ} яўна ўлічваецца навакольны свет сістэмы ${}_{\omega}S^{\ell}$.

Атрыманы выраз іерархічнай многаўзроўневай сістэмы S^{ℓ}, які аб'ядноўвае дынамічную $(\overline{\rho},\overline{\varphi})$, лікавую пазіцыйную L^{S} і двухузроўневую сістэмы, магчыма скарыстоўваць усюды, дзе прымяняюцца такія сістэмы. Здольнасць каардынатара S_0^{ℓ} не толькі кіраваць сістэмамі рознага ўзроўня арганізаванасці, але і змяняць уласную структуру матэматычнага выраза S^{ℓ}, дае S^{ℓ} магчымасць далейшага мэтанакіраванага самаўладкавання.

Міжузроўневыя сувязі стратэгій каардынацыі ў выразе каардынатара з'яўляюцца неабходнай умовай для арганізацыі разлікаў на аб'ектах рознай размернасці, а таксама для арганізацыі сувязі фізічных і геаметрычных характарыстык у азначэнні рухаў і дэфармацый.

Прапанавана дакладнае азначэнне дэфекта звязанасці і канструктыўнай размернасці і спосаб іх разлікаў.

Згаданае азначэнне канструктыўнай размернасці і звязанасці ўзгоднена з усімі выразамі геаметрычных аб'ектаў, прыведзенымі ў аналітычным аглядзе і такім чынам дазваляе не толькі карыстацца выключна ім у задачах геаметрычнага канструявання (што найболей эфектыўна), але і ўжываць яго ў якасці стандартнага коду, годнага аб'ядноўваць іншыя вядомыя прадстаўленні.

Выкананыя даследаванні даюць магчымасць лічыць, што агульны выраз (код) (які агрэгіруе інфармацыю аб аб'екце канструявання, яго навакольным свеце і працэсах яго стварэння і змены і задавальняе патрабаванні да сістэм праектавання) перспектыўны для рашэння задач, якія зараз рашаюцца рознымі выразамі.

2. ІЕРАРХІЧНАЯ СІСТЭМА ГЕАМЕТРЫЧНЫХ ВЫРАЗАЎ

2.1. Агульнае азначэнне геаметрычных выразаў

Геаметрычную інфармацыю (мноства зменных $\overline{V}$) можна разбіць на тры класы

$$\overline{V} = \{ V_1, V_2, V_3 \} = \{ \mathrm{M}, \Gamma, \Sigma \}, \qquad (2.1)$$

дзе $\mathrm{M} = \{ \mu_i : i \in I_{\mathrm{M}} \} = V_1$ - метрычныя характарыстыкі (стан геаметрычнага аб'екта ў яго агрэгаваным выразе ω^{ℓ});

$\Gamma = \{ \gamma_i : i \in I_{\Gamma} \} = V_2$ - апісанне мяжы аб'екта (узаемадзеянні ${}_{\omega}U^{\ell}$ геаметрычнага аб'екта з іншымі геаметрычнымі аб'ектамі);

$\Sigma = \{ \sigma_i : i \in I_{\Sigma} \} = V_3$ - апісанне структуры аб'екта.

Любы геаметрычны аб'ект S тады можа быць прадстаўлены у выглядзе адносін

$$S \subset \mathrm{M} \times \Gamma \times \Sigma \qquad (2.2)$$

на дэкартавым здабытку зменных $\mathrm{M}, \Gamma, \Sigma$.

Кожны клас зменных $V_i \in V$ мае адпаведную структуру ${}_{Vi}\psi$, т.ч. існуе мноства

$$\overline{\psi}_1 = \{ {}_{\mathrm{M}}\psi, {}_{\Gamma}\psi, {}_{\Sigma}\psi \}, \qquad (2.3)$$

дзе ${}_{\mathrm{M}}\psi$ - структура M, ${}_{\Gamma}\psi$ - структура Γ, ${}_{\Sigma}\psi$ - структура Σ.

Акрамя гэтага, існуе мноства адносін склейкі $\overline{\psi}_2$ паміж зменнымі $\mathrm{M}, \Gamma, \Sigma$, якое азначае структуру ўсяго $\overline{V}$.

Адносіны з $\overline{\psi}_2$ задаюцца на дэкартавым здабытку $\overline{\psi}_1 \times \overline{\psi}_1$.

Усё мноства адносін на $\overline{V}$ будзем абазначаць $\overline{\psi}$: $\overline{\psi} = \{ \overline{\psi}_1, \overline{\psi}_2 \}$.

Элементы $\sigma_i \in \Sigma$ прадстаўляюць сабой класы структур, інварыянтныя адносна падмноства метрычных характарыстык, элементы мноства Γ - адпаведныя гэтым σ_i класы межаў.

Класы структур σ_i вызначаюць тапалогію геаметрычнага аб'екта S - характар сувязей яго элементаў. Пры вядомым σ тапалогія мяжы вызначаецца адназначна.

Адно з адносін класа $\overline{\psi}_2$ заключаецца ў тым, што $\Gamma \subset \Sigma$, т.ч. мяжа Γ любога геаметрычнага аб'екта S заўсёды ўваходзіць у яго структуру Σ.

Апісанне мяжы выдзелена ў асобную групу зменных, паколькі для шырокага класа задач дастаткова аказваецца апісання мяжы аб'екта.

Менавіта мяжа прадстаўляе сабой вобласць узаемадзеянняў геаметрычнага аб'екта S з яго вонкавым асяроддзем - навакольнай прасторай ${}_{\omega}S$ (іншымі словамі - Γ задае палажэнне S у ${}_{\omega}S$).

У спалучэннях S з іншымі аб'ектамі (пры стварэнні сістэм болей высокага ўзроўня, чым S) прымаюць удзел элементы мяжы S, т.ч. для таго, каб сабраць з некаторага мноства аб'ектаў сістэму болей высокага ўзроўня, якая мае патрэбныя ўласцівасці, неабходна ўзгадніць (скаардынаваць) межы гэтых аб'ектаў.

Кожнае $\gamma \in \Gamma$ адпавядае, такім чынам, сігналу каардынацыі на S. Пры гэтым крытэрый адбору элементаў γ (ураўненне γ) адпавядае ўздзеяннням першага тыпу (G_1), а заданне ў яўным выглядзе структуры γ (указанне элементаў, іх узаемадзеянняў і метрычных характарыстык) адпавядае каардынуючым уздзеянням другога тыпу (G_2).

Сканструяваць геаметрычны аб'ект S - гэта значыць вызначыць для яго значэнні зменных μ, γ, σ.

У заданні на канструяванне можа быць азначана любое падмноства параметраў з $\mathrm{M} \times \Gamma \times \Sigma$, дапаўненне гэтага падмноства да ўсяго мноства параметраў тады неабходна азначыць у працэсе канструявання.

Вядомыя параметры, якія адказваюць пачатковаму стану праекта аб'екта S, будзем называць уваходам працэсу канструявання, невядомыя - выхадам. Для кожнага разбіення $\{\mathrm{M}, \Gamma, \Sigma\}$ на вядомыя і невядомыя параметры (для кожнага набора ўваходаў і выхадаў) існуе дачыненне склейкі з семантычнай сеткі $\overline{\psi}$.

У табліцы 2.1 прыведзены магчымыя разбіенні $\{\mathrm{M}, \Gamma, \Sigma\}$ на ўваходы і выхады, дачыненні з $\overline{\psi}$, якія адпавядаюць гэтым разбіенням, і абазначэнні працэсаў канструявання для кожнага дачынення. Абазначэнне $\overline{\psi}|S$ адказвае звужэнню семантычнай сеткі на канкрэтны аб'ект S.

Сімвалам ? у табл. 2.1 абазначана невядомая зменная - зменная, якая наогул адсутнічае ў $\overline{V}$, або такая, для якой не зададзена структура ў сэнсе $\overline{\psi}_1$. Дачыненні склейкі з $\overline{\psi}_2$ паміж гэтай зменнай і другімі зменнымі з $\overline{V}$ у гэтым сэнсе не азначаны. Для таго, каб уключыць гэта паняцце ў сістэму, неабходна пабудаваць яго структуру - дачыненне з $\overline{\psi}_1$, а потым усталяваць усе неабходныя адносіны з $\overline{\psi}_2$ (пашырыць семантычную сетку $\overline{\psi}$). У гэтым удзельнічаюць усе слаі каардынатара сістэмы, у тым ліку і слой самаарганізацыі.

Адносіны склейкі і адпаведныя ім працэсы канструявання ў табл. 2.1 упарадкаваны па ўзрастанню ўзроўню неазначанасці. У выпадку $P_{\mathrm{M}\Gamma\Sigma,S}$ усе параметры μ, γ, σ аб'екта S заданы і неабходна толькі праверыць іх правільнасць (узгодненасць) з дапамогай семантычнай сеткі $\overline{\psi}$ і/ці знайсці ў памяці сістэмы раней сканструяваны аб'ект (вядомае рашэнне). У выпадку $P_{?,\mathrm{M}\Gamma\Sigma S}$ задана зменная, невядомая для сістэмы (?) (не ўключаная ў лік геаметрычных зменных $\overline{V}$). Адпаведнае (геаметрычнае) дачыненне склейкі з $\overline{\psi}$ не азначана ($\varnothing$).

Табліца 2.1

Магчымыя разбіенні параметраў $\overline{V} = \{М, Г, \Sigma\}$ у заданнях на канструяванне, адносіны склейкі і працэсы канструявання, якія адпавядаюць гэтым разбіенням

Працэс канструявання	Вядомыя параметры (уваход)	Невядомыя параметры (выхад)	Дачыненне семантычнай сеткі
$P_{МГ\Sigma,S}$	μ, γ, σ	S	$\overline{\psi}\|_S$
$P_{Г\Sigma,МS}$	γ, σ	М, S	$\psi_{Г\Sigma,М}\|_S$
$P_{М\Sigma,ГS}$	μ, σ	Г, S	$\psi_{М\Sigma,Г}\|_S$
$P_{\Sigma,МГS}$	σ	М, Г, S	$\psi_{\Sigma,МГ}\|_S$
$P_{МГ,\Sigma S}$	μ, γ	Σ, S	$\psi_{МГ,\Sigma}\|_S$
$P_{Г,М\Sigma S}$	γ	М, Σ, S	$\psi_{Г,М\Sigma}\|_S$
$P_{М,Г\Sigma S}$	μ	Г, Σ, S	$\psi_{М,Г\Sigma}\|_S$
$P_{?,МГ\Sigma S}$	?	М, Г, Σ, S	$\varnothing,\ S^{\ell}$

Пры гэтым сістэма павінна пабудаваць структуру для невядомай зменнай (дачыненне з $\overline{\psi}_1$) і ўсталяваць сувязі гэтай структуры з усімі астатнімі структурамі з $\overline{\psi}_1$ (пабудаваць невядомыя адносіны з $\overline{\psi}_2$) - пашырыць семантычную сетку $\overline{\psi}$. Нягледзячы на такую поўную неакрэсленасць, сістэма ўсё ж можа рашыць гэту задачу, паколькі спосаб скасавання неазначанасці адносна S і $\overline{\psi}$ закладзены ў сістэму загадзя і задаецца двухузроўневай сістэмай з дынамічнымі аб'ектамі. Заўважым, што і ва ўсіх папярэдніх сітуацыях S^{ℓ} заўсёды зададзены і менавіта яго каардынатар S_0 па тыпу задання на канструяванне і стану сваёй памяці (вызначанаму мінулым вопытам) усталёўвае ўзровень азначанасці ведаў і выбірае адпаведную гэтаму ўзроўню стратэгію іх удасканалення - алгарытм працэса канструявання.

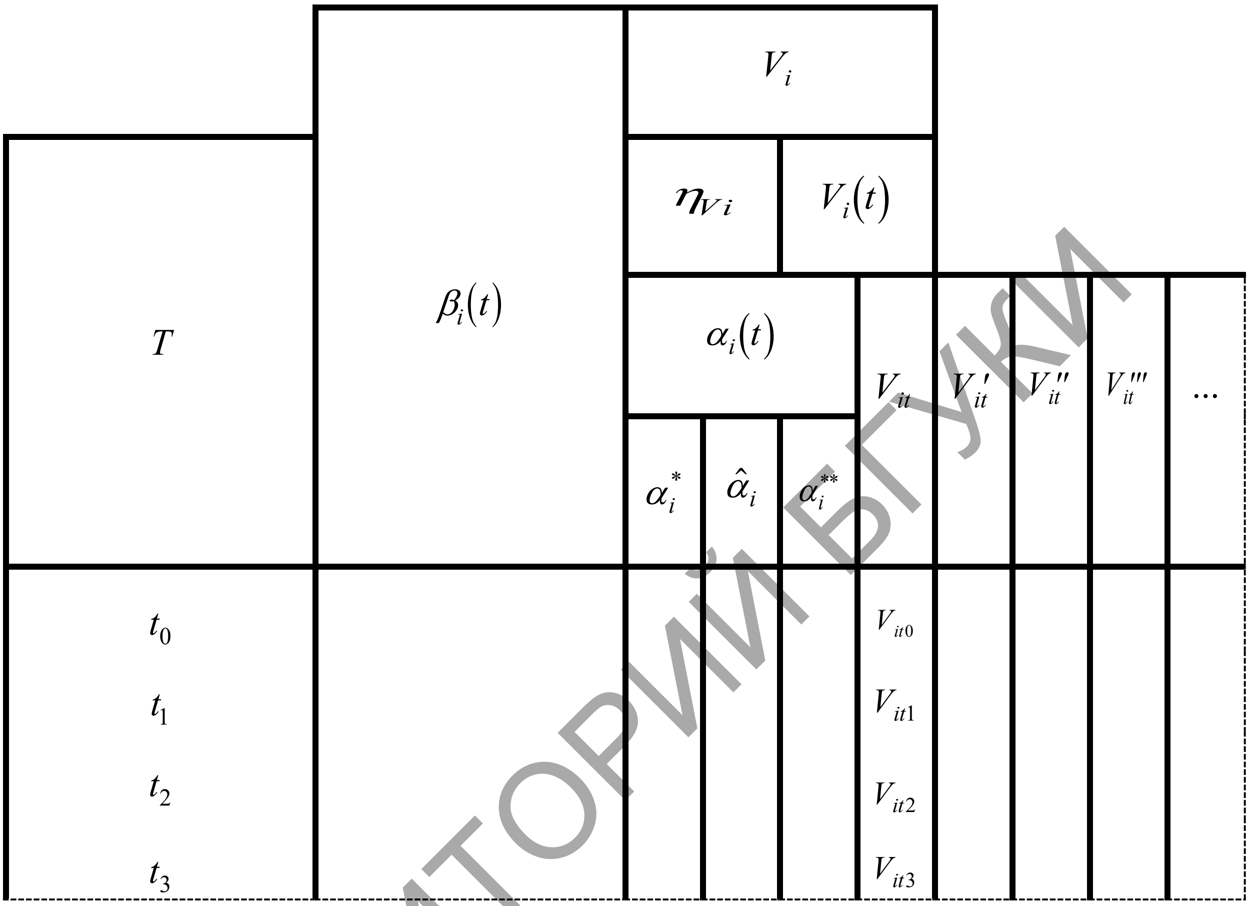
Такім чынам, структура працэса канструявання задаецца - разбіеннем $\overline{V}$ на вядомыя і невядомыя параметры (уваходы і выхады) - заданнем на канструяванне;

- аб'ектам канструявання S (канкрэтнымі значэннямі характарыстык);
- узроўнем неазначанасці адносін семантычнай сеткі $\overline{\psi}$ (мінулым вопытам канструявання).

Заўважым, што радкі табл. 2.1 адпавядаюць класам працэсаў канструявання; кожны клас утрымлівае ўсе варыянты задання ўваходаў. А менавіта, кожная зменная $V_i \in \overline{V}$ можа быць зададзена сваім дакладным значэннем $\hat{\alpha}_i$ ці інтэрвалам магчымых значэнняў - $\left(\alpha_i^*, \alpha_i^{**}\right)$. Акрамя гэтага, можа быць зададзены крытэрый якасці, які дазваляе адбіраць значэнні канкрэтных зменных (напрыклад, пры канструяванні тэлевезійнай вежы яе вышыню неабходна імкнуць да максімума, а аб'ём - да мінімума магчымага). У структуры $_{Vi}\psi$ зменнай $\overline{V}$ гэта адбіваецца ўвядзеннем вагавага каэфіцыента β_i . Далей, значэнні кожнай зменнай $\overline{V}$ для пабудовы структуры $_{Vi}\psi$ (адносіны з класа $\overline{\psi}_1$) павінны быць упарадкаваны - напрыклад, з дапамогай мноства момантаў часу T, якія адпавядаюць з'яўленню адпаведных значэнняў $\overline{V}$ у сістэме (вымярэнняў v_{it} зменнай V_i). β_i і α_i таксама з'яўляюцца функцыямі часу - $\beta_i(t)$ і $\alpha_i(t)$.

Агульнасістэмная структура любой зменнай $V_i \in \overline{V}$ можа быць прадстаўлена, такім чынам, табліцай на мал. 2.1.

Мал. 2.1 утрымлівае многа дадатковай інфармацыі, якая неабходна для азначэння η_{Vi} і $V_i(t)$, і не захоўваецца ў сістэме пасля таго, як η_{Vi} і $V_i(t)$ пабудаваны.



Мал.2.1. Агульнасістэмная структура дачынення ${}_{Vi}\psi$ для зменнай V_i;
η_{Vi} - адзінка вымярэння па V_i;
$V_i(t)$ - прадстаўленне зменнай у выглядзе дынамічнай сістэмы;
V_{it}' і V_{it}'' - вытворныя V_i па t.

Дадатковая інфармацыя ўключае значэнні V_{it} і вытворных па часу, прадказанні $\hat{\alpha}$, $\left(\alpha^{*},\alpha^{**}\right)$ у розныя моманты часу, а таксама вось (інтэрвал) часу (калі $V_i(t)$ - аналітычная функцыя).

Канчатковы выгляд ${}_{Vi}\psi$ уключае імя зменнай, адзінку вымярэння, функцыю $V_i(t)$ і вагавую функцыю $\beta_i(t)$; калі $V_i(t)$ - аналітычная функцыя, то дадаткова ўказваецца інтэрвал *T*, пачатковае і канечнае значэнне $V_i(t)$ (звужэнне $V_i(t)|T$); калі $V_i(t)$ - кавалкава- гладкая (сплайн), захоўваецца вузлавы вектар для T і значэнні $V_i(t)$ і яе вытворных у азначаныя моманты $t \in T$; для дыскрэтных функцый ${}_{Vi}\psi$ задаецца адпаведным аўтаматам.

Функцыі $V_i(t)$ маюць, такім чынам, структуру дынамічных сістэм [89] і класіфікаваны на сістэмы без папярэджання, прадвызначаныя, стацыянарныя і г.д. сістэмы.

Спосаб пабудовы $V_i(t)$ (спосаб пабудовы структуры, шкалы па зменнай V_i) у выглядзе блок-схем прыведзены ў [89]. Праверка правільнасці мадэлі $V_i(t)$ здзяйсняецца з дапаможнай зменнай α (па ўжо маючай мадэлі значэнне $V_i(t)$ экстрапаліруецца на некаторы інтэрвал (момант) часу, напрыклад, на момант t_k *(k<n)*, і прадказанне $\hat{\alpha}$ (або $\left(\alpha^{*},\alpha^{**}\right)$), зробленае для t_n у момант t_k *(k<n)*, параўноўваецца потым з рэальным вымярэннем $V_i(t_n)$; у выпадку несупадзення прадказанага значэння з рэальным (назіраемым) - мадэль $V_i(t)$ карэкціруецца).

Разгледзім цяпер адносіны класа $\overline{\psi}_1$ для геаметрычных зменных $\mathrm{M}, \Gamma, \Sigma$.

2.1.1. Метрычныя характарыстыкі (${}_{\mathrm{M}}\psi$)

$$\mathrm{M} = \{\, \mu_i : i \in I_{\mathrm{M}} \,\}$$

$$\mathrm{M} = \begin{cases} \mu_1 - \text{каардынаты} ; \\ \mu_2 - \text{даўжыні} ; \\ \mu_3 - \text{плошчы} ; \\ \mu_4 - \text{аб' ёмы}; \\ \mu_5 - \text{вуглы} . \end{cases}$$

Па кожнай са зменных $\mu_1,\ldots,\mu_5$, уваходзячых у структуру ${}_{\mathrm{M}}\psi \subset \psi_1$ на М, таксама задаецца адпаведная матэматычная структура.

Каардынаты ($_{\mu_1}\psi$). Сістэма каардынат задаецца наборам каардынатных зменных і структурай кожнай зменнай - адзінкай вымярэння і матэматычнай структурай тыпу груп, кольцаў, палёў, лінейных прастораў.

Г.зн. па кожнай са зменных задаецца (у выпадку геаметрычных каардынатных сістэм) загадзя вядомая дынамічная сістэма. Мноству момантаў часу ў дадзеным выпадку адпавядае група цэлых, кальцо рацыянальных ці поле сапраўдных лікаў.

Інакш кажучы, для зменных μ_1 уводзяцца абстрактныя структуры дадзеных, якія ўтрымліваюць абстрактны тып дадзенага і мноства дзеянняў, якое не выводзіць за межы гэтага тыпу.

Каардынаты μ_1 могуць быць

$$\mu_1 = \begin{cases} \text{дэкартавы каардынаты;} \\ \text{аднародныя (у праектыўнай прасторы);} \\ \text{сферычныя;} \\ \text{барыцэнтрычныя;} \\ \ldots \end{cases}$$

Для сферычных, палярных, цыліндрычных каардынат паняцце вугла ўключаецца ў каардынатную сістэму, але паколькі вуглы могуць выкарыстоўвацца як метрычныя характарыстыкі і па-за каардынатнымі сістэмамі, гэтае паняцце выдзелена ў асобную групу μ_5 ; т.ч. адно з адносін паміж зменнымі $\mu_1,\ldots,\mu_5$ заключаецца ў тым, што $\mu_1 \subset \mu_5$.

Паміж каардынатнымі сістэмамі групы μ_1 існуюць (добра даследаваныя ў матэматыцы) дачыненні пераходу ад адной каардынатнай сістэмы да іншай.

Структуры груп характарыстык $\mu_2,\ldots,\mu_5$ ($_{\mu_2}\psi,\ldots,{}_{\mu_5}\psi$) для даўжынь, плошчаў, аб'ёмаў і вуглоў таксама добра даследаваны. $_{\mu_2}\psi,\ldots,{}_{\mu_5}\psi$ прадстаўляюць сабой адпаведныя метрычныя прасторы, т.ч. апісваюцца дынамічнымі сістэмамі (або абстрактнымі структурамі дадзеных). Для канкрэтных класаў аб'ектаў S існуюць добра азначаныя адносіны паміж іх метрычнымі характарыстыкамі розных узроўняў размернасці - адносіны паміж даўжынямі старон, плошчамі, аб'ёмамі, вугламі).

Існуюць таксама дачыненні паміж каардынатамі і іншымі метрычнымі характарыстыкамі; напрыклад, норма эўклідавай прасторы задаецца ў выглядзе

$$\|\mu_2\| = \left|\sqrt{(\mu'_{11}-\mu''_{11})^2+(\mu'_{12}-\mu''_{12})^2+\ldots+(\mu'_{1n}-\mu''_{1n})^2}\right|, \qquad (2.4)$$

дзе $(\mu'_{11},\ldots,\mu'_{1n})$, $(\mu''_{11},\ldots,\mu''_{1n})$ - каардынаты двух кропак у прасторы размернасці n, а $\|\mu_2\|$ - даўжыня адрэзка, які іх злучае.

2.1.2. Мяжа ($_{\Gamma}\psi$)

$$\Gamma = \{\gamma_i : i \in I_{\Gamma}\},$$

прычым $(\forall\gamma)(\gamma \in \Gamma) \Rightarrow (\gamma = \{{}_{\gamma}\mu,\ {}_{\gamma}\sigma\})$,

дзе ${}_{\gamma}\mu \in {}_{\gamma}\mathrm{M}$, ${}_{\gamma}\mathrm{M}$ - метрычныя характарыстыкі мяжы,

${}_{\gamma}\sigma \in {}_{\gamma}\Sigma$, ${}_{\gamma}\Sigma$ - структура мяжы.

Для любога аб'екта S (для тыпаў межаў $\gamma_i \in \Gamma$) існуюць азначаныя дачыненні паміж метрычнымі характарыстыкамі яго мяжы.

Максімальны набор метрычных характарыстык геаметрычнага аб'екта $_{\Gamma}\mathrm{M}$ ўключае

$$_{\Gamma}\mathrm{M} = \begin{cases} \text{каардынаты ;} \\ \text{даўжыні ;} \\ \text{плошчы ;} \\ \text{вуглы .} \end{cases}$$

Структура мяжы можа быць азначана двумя спосабамі:

- апісаннем элементаў мяжы і паказаннем іх узаемадзеянняў (сувязей межаў элементаў мяжы);
- крытэрыем адбору кропак мяжы - ураўненнем.

Ураўненне паказвае, што мяжу дадзенага геаметрычнага аб'екта S складаюць толькі тыя кропкі, каардынаты якіх звязаны азначаным дачыненнем.

Агульны выгляд ураўнення мяжы 3-мернага геаметрычнага аб'екта S прадстаўляе сабой параметрычны рацыянальны B-сплайн у аднародных каардынатах - у 4-мернай праектыўнай прасторы з двумя параметрамі - t і τ.

Такі сплайн фактычна патрабуе абодва спосабы апісання мяжы, дзе бясконцагладкія ўчасткі задаюцца ўраўненнямі і ўказваюцца ўмовы спалучэння гэтых участкаў (падрабязней аб такіх структурах гаварылася вышэй (мал.2.1); далей пры разглядзе двумерных геаметрычных аб'ектаў будзе апісана структура адпаведнай ім дынамічнай сістэмы).

2.1.3. Структура ($_{\Sigma}\psi$)

$$\Sigma = \{\sigma_i : i \in I_{\Sigma}\},$$

прычым $(\forall\sigma)(\sigma \in \Sigma) \Rightarrow (\sigma = \{\overline{S}, \overline{U}, S_0\})$,

дзе $\overline{S}$ - мноства элементаў аб'екта S, $\overline{S} = \{S_1, \ldots, S_n\}$;

$\overline{U}$ - мноства злучальных уваходаў (агульных участкаў межаў элементаў);

S_0 - каардынатар *S*; стан S_0 адказвае ўзроўню неазначанасці ў заданні $_{\Sigma}\psi$ аб'екта *S*.

Элементы аб'екта *S* (падсістэмы $S_i \in \overline{S}$) задаюцца, таксама як і ўвесь аб'ект, наборамі

$$S_i \subset \mathrm{M}_i \times \Gamma_i \times \Sigma_i , \qquad (2.5)$$

дзе M_i - метрычныя характарыстыкі S_i;

Γ_i - апісанне мяжы S_i;

Σ_i - апісанне структуры S_i.

Пры гэтым метрычная характарыстыка аб'екта *S* для тыпаў μ_2, μ_3, μ_4 роўная суме метрычных характарыстык элементаў *S* (з улікам іх узаемадзеянняў).

Апісанні $\mathrm{M}_i, \Gamma_i, \Sigma_i$ для любога $S_i \in \overline{S}$ супадае з прыведзенымі вышэй апісаннямі M, Г, Σ аб'екта *S*, т.ч. элементы S_i адрозніваюцца ад *S* прынцыпова толькі ўзроўнем.

Сувязі U_i элементаў аб'екта *S* прадстаўляюць сабой участкі межаў элементаў (элементы структур Γ_i). Сувязі U_i задаюцца сігналамі каардынацыі як першага (G_1), так і другога (G_2) тыпаў і дазваляюць узгадняць характарыстыкі элементаў *S* аб'екта *S* - будаваць з элементаў $S_1,\ldots,S_n$ сістэму болей высокага ўзроўня *S*.

Каардынатар S_0 - сістэма, якая задае характарыстыкі элементаў эшалона *S* і ўзгадняе іх узаемадзеянні з дапамогай паслядоўнасці (геаметрычных) дзеянняў і дзеянняў прыняцця рашэнняў (выбар рашэння, пабудова семантычнай сеткі).

Гэтыя класы дзеянняў уключаюць змены метрычных характарыстык, дзеянні над межамі і непасрэдна над структурамі геаметрычных аб'ектаў, падрабязней яны будуць разгледжаны ніжэй.

2.2. Класы структур геаметрычных аб'ектаў

Да асноўных геаметрычных структур будзем адносіць

- кропкі (абазначэнні аб'екта S^0, абазначэнні структуры σ^0);
- участкі ліній (S^1, σ^1 адпаведна);
- кавалкі паверхняў (S^2, σ^2);
- аб'ёмныя аб'екты (S^3, σ^3).

На мностве $\Sigma = \left\{\sigma^0, \sigma^1, \sigma^2, \sigma^3\right\}$ можна ўвесці структуру іерархічнай многаўзроўневай (стратыфікаванай) сістэмы, калі замест ідэальных, матэматычных класаў аб'ектаў S^0, S^1, S^2 увесці іх эквіваленты, якія маюць усе метрычныя характарыстыкі рэальных аб'ёмных (3-мерных) аб'ектаў тыпу S^3.

Зробім гэта наступным чынам.

2.2.1. Кропка (S^0)

Структура σ^{i0} ідэальнай (матэматычнай) кропкі S^{i0} задаецца наборам яе каардынат ($\mu_1 V_1,\dots,\mu_n V_n$) і дзеяннямі, адпаведнымі структуры выбранай сістэмы каардынат μ_1 (т.ч. структура σ^{i0} - гэта абстрактная структура дадзеных каардынатнай сістэмы - прасторы μ_1, якая ўлічвае размернасць прасторы, шкалы вымярэнняў па кожнай зменнай і мноства дзеянняў, якія не выводзяць з разглядаемай прасторы - напрыклад, дзеянні складання каардынат кропак і множання іх на лік, звязаныя аксіомамі лінейнай прасторы).

Мяжа γ^{i0} ідэальнай кропкі S^{i0} не азначана (ідэальная кропка не мае мяжы).

Метрычныя характарыстыкі μ^{i0} ідэальнай кропкі:

μ_1^{i0} - значэнні каардынат;

μ_2^{i0}=0;

μ_3^{i0}=0;

μ_4^{i0}=0;

μ_5^{i0} - значэнні вуглоў у адпаведнай каардынатнай сістэме.

Матэматычныя ўраўненні і няроўнасці фактычна прадстаўляюць сабой крытэрыі адбору ідэальных кропак, якія належаць геаметрычным аб'ектам.

Аднак, спецыфіка сучасных камп'ютэраў і патрабаванні практыкі ў многіх выпадках не дазваляюць выкарыстоўваць паняцце ідэальнай кропкі.

Напрыклад, усе графічна створаныя кропкі маюць адрозныя ад нуля метрычныя характарыстыкі μ_2 , μ_3, μ_4, у тым ліку і кропкі з каардынатамі (0,0,...,0). У такіх кропак часта на самой справе маецца на ўвазе не толькі адрозненне ад нуля значэнняў μ_2 , μ_3, μ_4, але і складаная структура, якая выяўляецца пры змене маштабу выявы - дэталі тэхнічнага ўладжання, горада на карце і г.д., у той час як для ідэальнай кропкі дзеянні змянення маштабу не маюць сэнса - множанне μ_2 , μ_3, μ_4 на любы лік для S^{i0} заўсёды дае ў выніку нуль.

Структура аб'екта, які складаецца з ідэальных кропак, можа быць апісана толькі матэматычным ураўненнем, паколькі ўсе геаметрычныя аб'екты, метрычныя характарыстыкі якіх μ_2 , μ_3, μ_4 адрозніваюцца ад нуля, утрымліваюць бясконцую колькасць элементаў меры нуль.

Таму разам з ідэальнай кропкай S^{i0} будзем разглядаць умоўную геаметрычную кропку S^0 , апісанне якой адрозніваецца ад апісання S^{i0}.

2.2.2. Азначэнне ўмоўнай кропкі

Аб'ёмная (3-мерная) ўмоўная кропка S^0 задаецца наборам $\{\mathrm{M},\Gamma,\Sigma\}$, $\overline{\psi}$ і ўмовай (χ,ε), дзе ўмова:

$\chi = \{1,2\}$
$\varepsilon \in \mathrm{R}\ \&\ \varepsilon > 0$, R - мноства рацыянальных лікаў;

структура: $\Sigma = \sigma^0$; прычым

$$\sigma^0 = \begin{cases} \text{шар пры } \chi = 1; \\ \text{куб пры } \chi = 2; \end{cases}$$

мяжа: $\Gamma = \gamma^0$

$$\gamma^0 = \begin{cases} \text{мяжа шара пры } \chi = 1; \\ \text{мяжа куба пры } \chi = 2; \end{cases}$$

метрычныя характарыстыкі:
$\mathrm{M} = \{\mu_1^0, \mu_2^0, \mu_3^0, \mu_4^0, \mu_5^0\}$,

$$\mu_1^0 = \begin{cases} \text{каардынаты цэнтра шара пры } \chi = 1; \\ \text{каардынаты цэнтра куба пры } \chi = 2; \end{cases}$$

μ_5^0 - значэнні вуглоў у адпаведных каардынатных сістэмах;

$\mu_2^0, \mu_3^0, \mu_4^0$ - адпаведна лінейныя, плошчавыя і аб'ёмныя характарыстыкі пры χ=1 - шара, пры χ=2 - куба.

Пры гэтым $\mu_2^0, \mu_3^0, \mu_4^0$ залежаць ад ε, т.ч.

$\mu_2^0 = \mu_2^0(\varepsilon)$, $\mu_3^0 = \mu_3^0(\varepsilon)$, $\mu_4^0 = \mu_4^0(\varepsilon)$;

пры χ=1 дыяметр шара $\mu_2^{0'} \le \varepsilon$ ($\mu_2^{0'} \in \mu_2^0$),

пры χ=2 даўжыня рабра куба $\mu_2^{0'} \le \varepsilon$.

Т.ч. 3-мерная ўмоўная кропка прадстаўляе сабой шар або куб, метрычныя характарыстыкі $\mu_2^0, \mu_3^0, \mu_4^0$ якога азначаюцца ўмовай ε.

З умоўнымі кропкамі дазваляюцца ўсе тыя ж дзеянні, што і з ідэальнымі (у гэтых дзеяннях у якасці аперандаў удзельнічаюць цэнтры ўмоўных кропак); акрамя гэтага, дазваляецца змена размераў.

Умоўныя кропкі маюць наступныя характарыстыкі:

Уласцівасць 1. Любая ўмоўная кропка S^0 складаецца з канечнай колькасці ўмоўных кропак $S_1^{-1}, \dots, S_n^{-1}$, якія маюць такую самую структуру, што і S^0, але метрычныя характарыстыкі меншыя.

Уласцівасць 2. Метрычныя характарыстыкі ўмоўнай кропкі $S_i^{-1} \subset S^0 \quad \mu_2^{-1'} \le \varepsilon/n$, дзе *n* - колькасць элементаў S^0.

Уласцівасць 3. $\mu_2^{0'}$ роўнае суме $\mu_{2i}^{-1'}$, *i*=1,...,*n*.

Уласцівасць 4. Дзеянне змянення маштабу ўмоўнай кропкі S^o не выводзіць яе з класа ўмоўных кропак, калі каэфіцыент маштабіравання ≤ 1; у процілеглым выпадку S^0 можа трапіць у клас аб'ектаў, якія не адпавядаюць умове ε.

Уласцівасць 5. Кожная ўмоўная кропка $S_i^{-1} \in S^0$, у сваю чаргу, складаецца з элементаў S_i^{-2}, *i=1,...,n*. Такім чынам, дзеянне зніжэння ўзроўня прывядзе ў ліміце да ўмоўнай кропкі $S^{-\infty}$, размеры якой не адрозніваюцца ад нуля. Умоўная кропка $S^{-\infty}$ прадстаўляе сабой, такім чынам, ідэальную кропку S^{i0}.

Заўважым, што дзеянне зніжэння ўзроўня - гэта не дзеянне маштабіравання - пры зніжэнні ўзроўня зыходная кропка S^0 на кожным кроку аперацыі дзеліцца на ўсё болей дробныя элементы, тады як пры аперацыі маштабіравання памяньшаюцца памеры S^0.

Такім чынам, умоўныя кропкі дапускаюць болей шырокі клас дзеянняў, чым ідэальныя - дадаюцца два новых дзеянні, якія пры некаторых умовах пакідаюць аб'ект у класе ўмоўных кропак; маштабіраванне і зніжэнне ўзроўня.

Акрамя гэтага, умоўныя кропкі можна аб'яднаць у сістэмы болей высокага ўзроўню, прымяніўшы ў спалучэнні канечную колькасць умоўных кропак, чаго нельга здзяйсняць з ідэальнымі кропкамі.

Дзякуючы гэтаму з'яўляецца магчымасць увесці простыя азначэнні ліній і паверхняў, якія валодаюць усімі ўласцівасцямі ідэальных ліній і паверхняў і яшчэ некаторымі дадатковымі ўласцівасцямі, якія спрашчаюць іх пабудову і змену.

Гэты факт і з'яўляецца асноўнай прычынай увядзення паняццяў умоўных кропак, ліній і паверхняў.

2.2.3. Участак лініі (S^1)

Ідэальны участак (кавалак) (бесперапыннай) лініі S^{i1} задаецца наборам $\{\text{М}, \Gamma, \Sigma\}$, $\overline{\psi}$, дзе:

М утрымлівае толькі адзін адрозны ад нуля памер - даўжыню кавалка S^{i1};

$\Gamma = \left\{ S^{i0'}, S^{i0''} \right\}$, т.ч. мяжа кавалка ідэальнай лініі утрымлівае дзве (ідэальныя) кропкі, Σ прадстаўляе сабой драбленне S^{i1} на кароткія кавалкі, таксама ідэальныя; кожны кавалак ідэальнай лініі, даўжыня якога адрозніваецца ад нуля, заўсёды складаецца з бясконцай колькасці ідэальных кропак і можа быць зададзены ў прынцыпе толькі ўраўненнем - крытэрыем адбору гэтых кропак.

Такім чынам, сувязь паміж узроўнямі ідэальнай кропкі і ідэальнай лініі ўсталяваць практычна немагчыма - метрычныя характарыстыкі (памеры) любой канечнай колькасці ідэальных кропак заўжды роўныя нулю, у той час, як даўжыня кавалка ідэальнай лініі адрозніваецца ад нуля.

2.2.4. Азначэнне кавалка ўмоўнай лініі

Кавалак (бесперапыннай) умоўнай лініі з'яўляецца двухузроўневай сістэмай S^1 , якая складаецца з канечнай колькасці ўмоўных кропак $\left\{S_1^0,\ldots,S_n^0\right\}=\bar{S}^0$, яны ўпарадкаваны строгім лінейным парадкам (кожная кропка S_i^0, i=1, ..., n мае адну папярэднюю і адну наступную кропкі), прычым адлегласць ад цэнтраў любых двух суседніх кропак не перасягае некаторы лік ε ($\varepsilon \in \mathrm{R}\ \&\ \varepsilon > 0$).

У базісе $\{\mathrm{M},\Gamma,\Sigma\}$, $\overline{\psi}$ кавалак умоўнай лініі прадстаўляецца ў выглядзе аб'екта S^1, для якога:

$\Sigma=\sigma^1$ - структура двухузроўневай сістэмы, азначанай вышэй (якая складаецца з канечнай колькасці ўмоўных кропак $\bar{S}^0$) і крытэрый адбору кропак - ураўненне (дачыненне склейкі ${}_{S^1}\psi$ на каардынатах кропак).

$\Gamma=\gamma^1=\left\{S_1^0,S_n^0\right\}$ - дзве ўмоўныя кропкі. Акрамя гэтага, γ^1 утрымлівае мяжу болей нізкага ўзроўня - межавыя кропкі ўсіх $\bar{S}^0$.

$\mathrm{M}=\left\{\mu_2^1,\mu_3^1,\mu_4^1\right\}$ дзе μ_2^1,μ_3^1,μ_4^1 звязаны з $\mu_{2i}^0,\mu_{3i}^0,\mu_{4i}^0$, i=1, ..., n эшалона ўмоўных кропак $\bar{S}^0$, якія складаюць S^1, міжузроўневымі адносінамі.

Каардынатар S_0^1 сістэмы S^1 можа выконваць усе дзеянні з умоўнымі кропкамі $\bar{S}^0$, якія дазваляюць узгадняць іх узаемадзеянні такім чынам, каб задавальнялась патрабаванне да ўсёй сістэмы S^1 (задавальнялась ўраўненне для S^1). Г.зн. S_0^1 можа вызначыць усе элементы S^1, зыходзячы з патрабаванняў да ўсёй сістэмы S^1, прычым, калі зададзена мяжа $\left\{S_1^0,S_n^0\right\}$ і ўмова ε, колькасць n элементаў S_i^0 устанаўліваецца адназначна.

Дзеля гэтага, каб болей строга сфармуліраваць гэтыя важныя ўласцівасці, увядзём паняцце каркаса ўмоўнай лініі.

Каркасам кавалка ўмоўнай лініі S^1 называецца любое падмноства $\overline{S}^0$, якое ўключае $\Gamma = \left\{S_1^0, S_n^0\right\}$. $\overline{S}^0$ называецца поўным кропкавым каркасам (кропкавым базісам) S^1.

2.2.5. Уласцівасці кавалкаў умоўных ліній

Уласцівасць 1. Каркас (поўны, кропкавы) $\overline{S}^0$ кавалка ўмоўнай лініі S^1 адназначна задаецца мяжой Γ^1 сістэмы S^1 і крытэрыем адбору ўмоўных кропак.

Уласцівасць 2. Крытэрый адбору ўмоўных кропак $\overline{S}^0$ кавалка лініі S^1 можа быць адноўлены па яго каркасу і ўмовах узгаднення ўзаемадзеянняў $\overline{U}_i^{-\ell}$ умоўных кропак $\overline{S}^0$, дзе $\overline{U}_i^{-\ell}$ - элементы ўмоўных кропак $\overline{S}^0$, якія задаюць іх спалучэнні (элементы межаў умоўных кропак). Дакладнасць азначэння крытэрыя павялічваецца з паніжэннем узроўню ℓ умоўных аб'ектаў $\overline{U}_i^{-\ell}$ (ℓ - цэлы лік). Пры ℓ=-∞ атрымліваецца дакладны крытэрый адбору ідэальных кропак $\overline{S}^{-\infty}$.

Уласцівасць 3. Для ўпарадкавання элементаў $\overline{S}^0$ сістэмы S^1 неабходна і дастаткова аднаго параметра $t \in T$ (T - лінейна ўпарадкаванае мноства). Пры гэтым пры зніжэнні ўзроўня ℓ ($\ell \to \infty$) на T уводзіцца структура пазіцыйнай лікавай сістэмы; пры першым разбіенні S^1 на $\overline{S}^0$ выкарыстоўваецца *n* цэлых лікаў, далей *n* разглядаецца як аснова пазіцыйнай сістэмы і пры разбіенні кожнага элемента S_i^0, *i*=1, ...,*n* элементы $\overline{S}_i^{-1}$ аб'екта S_i^0 атрымліваюць нумары, зададзеныя "дзесятковымі" дробамі сістэмы з асновай *n* і г.д.; колькасць знакаў у нумары пасля "дзесяцічнай" кропкі роўная $|\ell|$, г.з. супадае з нумарам узроўня.

Уласцівасць 4. Паколькі кавалак умоўнай лініі S^1 апісваецца тым жа ўраўненнем, што і ідэальны кавалак лініі S^{i1}, з ім дазваляюцца такія ж, як над S^{i1} дзеянні

- паралельнага пераносу;
- павароту;
- бесперапыннай (неразрыўнай) дэфармацыі (пры гэтым элементы S_i^0 і іх колькасць *n* не змяняюцца, але змяняюцца сувязі элементаў $\overline{U}_i^{-1}$ і палажэнні S_i^0);

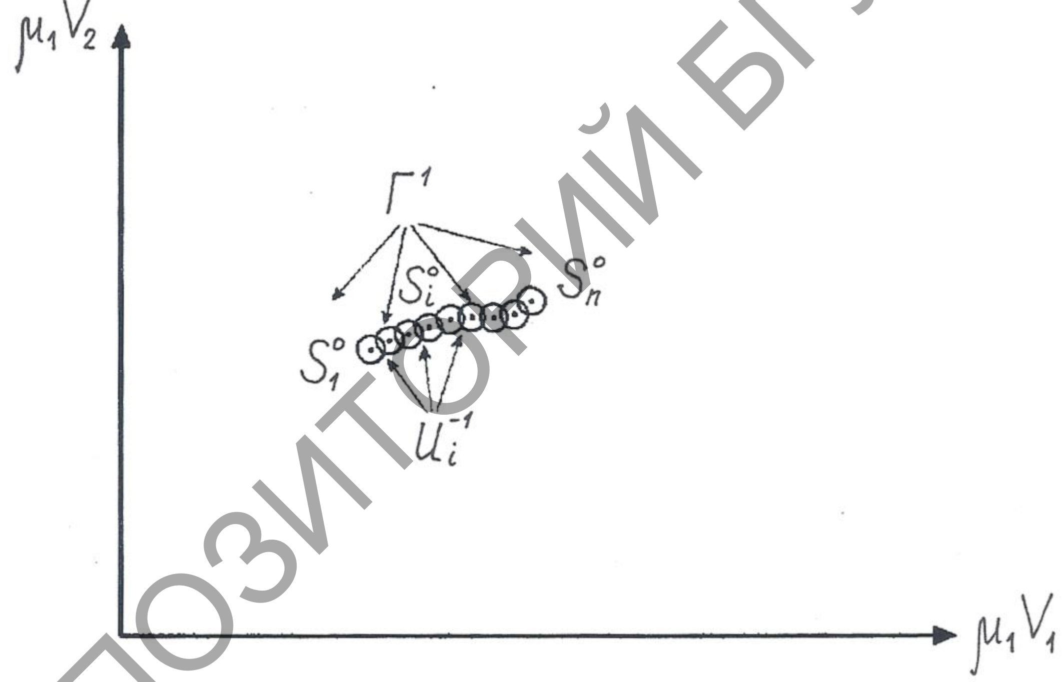
- дзеянне драблення на кавалкі ліній меньшай даўжыні (у адрозненне ад падобнага дзеяння над S^{i1} гэта дзеянне праз вызначаную канечную колькасць крокаў *n* вывядзе аб'ект з класа S^1 ў клас S^0)

- дзеянне паслядоўнага злучэння S^1 з іншымі сістэмамі таго ж класа пакідае сістэму ў класе S^1 тады і толькі тады, калі для ўсёй атрыманай сістэмы выконваецца ўласцівасць 3, такім чынам захоўваецца строгі лінейны парадак *T*.

Уласцівасць 5. Набор адносін $\overline{\psi}$ на $М \times Г \times \Sigma$, звужаны на S^1, ($\overline{\psi}\big|S^1$) гэта набор адносін двухузроўневай сістэмы з дынамічнымі аб'ектамі: (дзякуючы гэтаму азначаецца стандартны спосаб пабудовы любога дачынення гэтага класа).

Апошняя ўласцівасць вызначае спосаб пабудовы любой сістэмы класа S^1 (канструявання S^1), які дазваляе ўвядзенне новых зменных у $\{М,Г,\Sigma\}$ і пашырэнне семантычнай сеткі $\overline{\psi}$.

На мал.2.2 паказаны умоўны кавалак лініі S^1, які складзены з умоўных кропак $\overline{S}^0$.



Мал. 2.2. Участак умоўнай лініі.

Уласцівасць 6. Апісанне мяжы γ^1 умоўнага кавалка S^1, як вынікае з азначэння S^1, адрозніваецца ад азначэння мяжы γ^{i1} ідэальнага кавалка лініі. Мяжа γ^1 утрымлівае не толькі элементы на ўзровень меньш S^1 (межавыя кропкі $\left\{S_1^0, S_n^0\right\}$), але і ўсе гранічныя кропкі элементаў лініі $\overline{S}^0$, якія не ўдзельнічаюць ва ўзаемадзеяннях $\overline{U}_i^{-1}$; т.ч. γ^1 таксама прадстаўляе сабой іерархічную многаўзроўневую сістэму.

Уласцівасць 6 паказвае спосаб спалучэння асобных ліній у кавалкі паверхняў (лапікі) з утварэннем сістэмы ліній, якая ўзаемадзейнічае элементамі сваіх межаў болей нізкага ўзроўню, чым S^0.

Заўважым, што пры выкананні дзеяння паслядоўнага злучэння кавалкаў лініі з захаваннем структуры S^1, такія элементы ва ўзаемадзеяннях кавалкаў ліній не ўлічваюцца і, такім чынам, каардынатарам аб'ектаў тыпу S^1 не разглядаюцца (для S_1^0 дастаткова разглядаць толькі $\left\{S_1^0, S_n^0\right\}$).

Важным асобным выпадкам кавалкаў умоўных ліній з'яўляецца адрэзак умоўнай прамой.

Адрэзак умоўнай прамой, як і адрэзак ідэальнай прамой, змяшчае ўсе кропкі S_i^0, каардынаты якіх можна атрымаць з ураўнення

$$S_i^0 = \alpha \cdot S_1^0 + (1-\alpha) \cdot S_n^0, \ \alpha \geq 0, \ \alpha \leq 1, \tag{2.6}$$

дзе S_1^0, S_n^0 - межавыя кропкі S^1. Паколькі колькасць кропак S_i^0 адрэзка S^1 канечна, параметр α прымае дыскрэтны набор значэнняў (0, 1/*n*, 2/*n*, ..., 1).

Каэфіцыенты α, (1-α) называюцца барыцэнтрычнымі каардынатамі (вагавымі каэфіцыентамі) кропак адрэзка ў базісе $\left\{S_1^0, S_n^0\right\}$.

2.2.6. Узаемадзеянні ўмоўных кропак і ліній

Станы ўмоўных кавалкаў ліній і ўмоўных кропак адносна адзін аднаго вызначаюцца наступным чынам.

(i) Умоўныя кропкі.

Адлегласць *r* паміж умоўнымі кропкамі S_1^0, S_2^0 звязана з адлегласцю r^i паміж ідэальнымі кропкамі S_1^{i0}, S_2^{i0} наступным чынам:

$r=r^i-e$, r^i - адлегласць паміж цэнтрамі S_1^0, S_2^0, г.з. магчымы два выпадкі:

1) $r^i \geq \varepsilon$ - кропкі не ўзаемадзейнічаюць,
   $r \geq 0$
2) $r < \varepsilon$ - кропкі ўзаемадзейнічаюць, г.з. маюць
   $r < 0$ агульныя элементы ўзроўня S^{-1}.

У выпадку, калі $r^i=0$, $r=-\varepsilon$, пры гэтым умоўныя кропкі "гасяць" адна адну з утварэннем адной новай умоўнай кропкі, параметры якой супадаюць з любой з S_1^0, S_2^0. (Калі ўведзены параметр "яркасць", тады магчыма было б назіраць як гашэнне, так і ўзмацненне яркасці).

(ii) Кропка і лінія.

Кропка S^0 з'яўляецца элементам кавалка лініі S^1 тады і толькі тады, калі яна ўваходзіць у лік элементаў $\bar{S}^0$ кавалка $\bar{S}^1$ (умова інцыдэнтнасці).

Адлегласць ад кропкі да лініі r роўная найменьшай адлегласці ад S^0 да S_i^0, i=1,...,n , г.з.

$$r = \min_{i=1,\ldots,n} r_i \ , \qquad (2.7)$$

дзе r_i - адлегласць ад S^0 да S_i^0.

Відавочна, што калі r<0, кропка S^0 узаемадзейнічае з лініяй S^1, але гэта яшчэ не значыць, што S^0 уваходзіць у лік элементаў S^1; апошняе справядліва тады і толькі тады, калі r=-ε.

Заўвага. Для практычных мэт падчас бывае зручна патрабаваць не дакладнай, а прыблізнай інцыдэнцыі - напрыклад, каб $||r|-|\varepsilon|| \leq \varepsilon^{\ell}$, дзе ε^{ℓ} адрозніваецца ад ε у парадку значэння пры прадстаўленні ў пазіцыйнай сістэме, ℓ указвае на парадак дакладнасці.

(iii) Адносіны станаў кавалкаў ліній.

Два кавалкі лініі $S^{1'}$ і $S^{1''}$ могуць узаемадзейнічаць большай колькасцю спосабаў, некалькі прыкладаў паказаны на мал.2.3.

Відавочна, што магчымы адначасова ўзаемадзеянні тыпаў 2, 3, 4, як, напрыклад, на мал.2.4.

Азначэнне. Малюнкам будзем называць сістэму ${}_{\omega}S$ (некаторую прастору - сістэму каардынат), якая ўключае набор умоўных ліній з любымі прыведзенымі раней тыпамі ўзаемадзеянняў.

Узровень узаемадзеянняў.

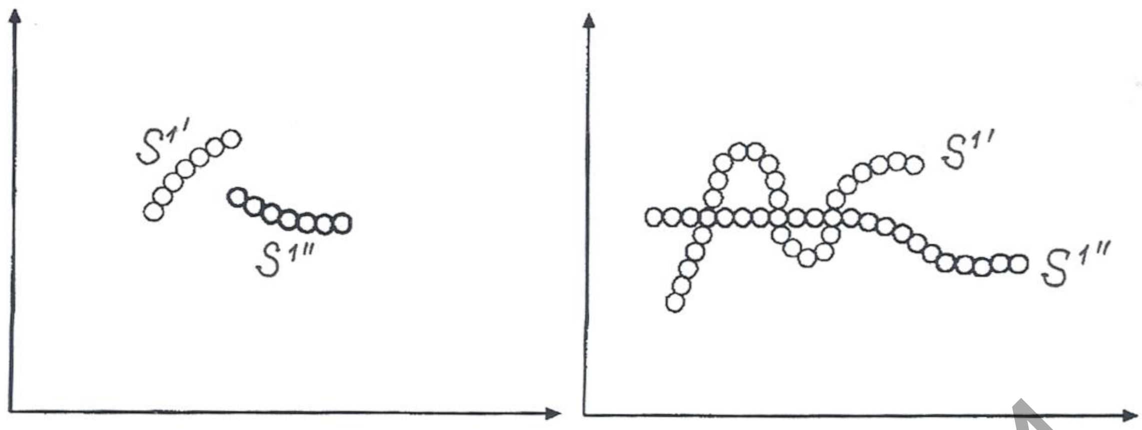
Умоўныя кропкі S^0 па азначэнню самі з'яўляюцца іерархічнымі многаўзроўневымі сістэмамі і складаюцца з элементаў $\bar{S}^{-1}$, якія маюць тую ж структуру, але на парадак меншыя памеры; кожны элемент S^{-1}, у сваю чаргу, утрымлівае эшалон $\bar{S}^{-2}$ і т.д., пакуль (у ліміце) не атрымаюцца ідэальныя кропкі $S^{-\infty}$.

Узаемадзеянні ўмоўных кропак, можна, такім чынам, ацаніць колькасна - па колькасці агульных кропак узроўняў -1, -2 і г.д.

Калі дзве ўмоўныя кропкі ўзаемадзейнічаюць хаця б па адзінай кропцы парадку -1, будзем казаць, што парадак узаемадзеянняў роўны -1; калі ва ўзаемадзеянні двух кропак удзельнічаюць толькі часткі сістэмы ўзроўня -1 (элементы узроўня -2), будзем лічыць парадак узаемадзеянняў роўным -2 і г.д.

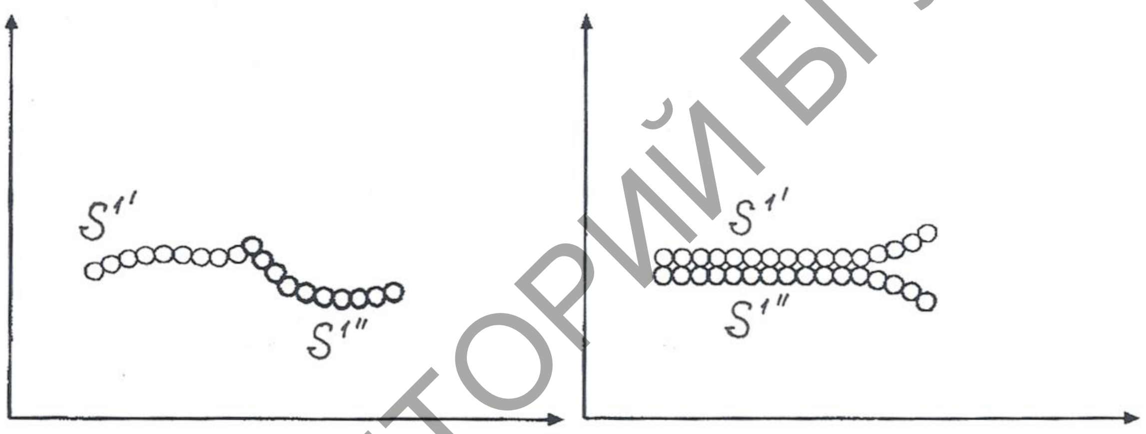
Найболей моцнае ўзаемадзеянне назіраецца, калі кропкі супадаюць (дэфект звязанасці 0); з узрастаннем дэфекту звязанасці слабеюць (мал.2.5).

Відавочна, што дэфект звязанасці заўсёды неадмоўная велічыня, пры гэтым колькасная ацэнка ўзаемадзеянняў прадстаўляе сабой рацыянальны лік, меншы за адзінку. Напрыклад, колькасная ацэнка U на мал.2.5 у першым выпадку роўная U=0.25, таму што ўзаемадзейнічаюць дзве поўныя сістэмы S^{-1} і палова такой жа



1) участкі не ўзаемадзейнічаюць

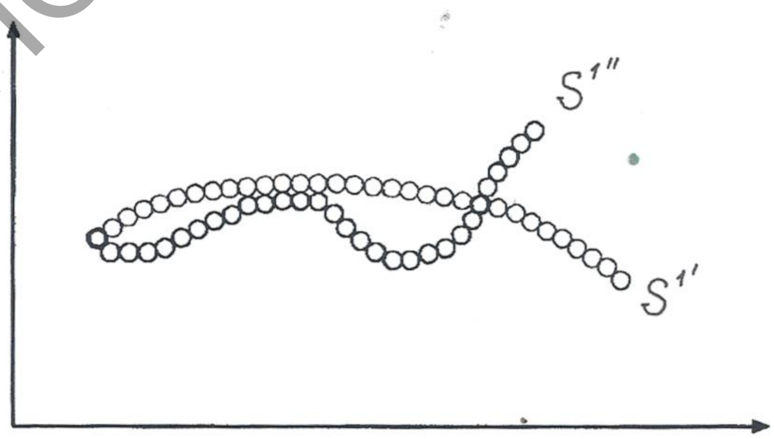
2) узаемадзеянне па некалькіх унутраных кропках



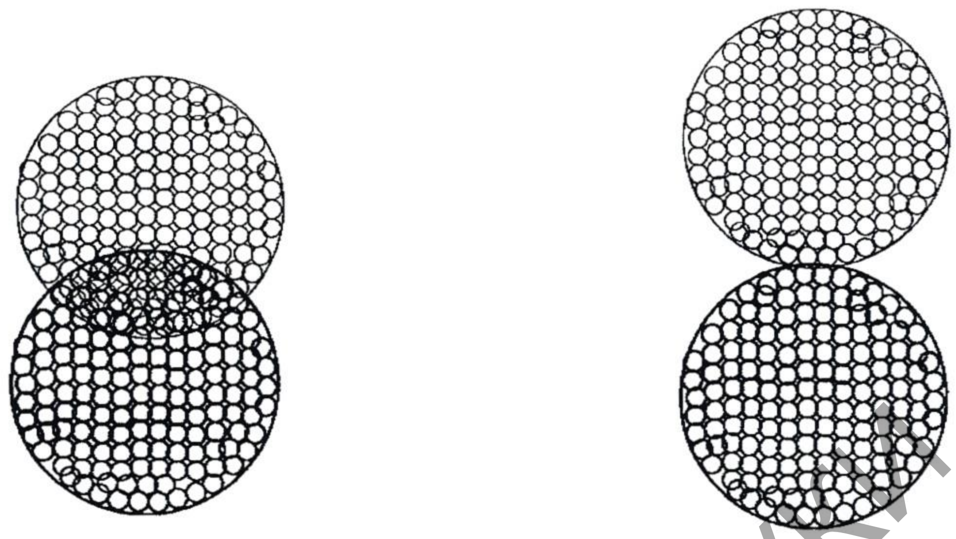
3) узаемадзеянне па гранічнай кропцы

4) узаемадзеянне з утварэннем лапіка

Мал. 2.3. Прыклады ўзаемадзеянняў участкаў умоўных ліній.



Мал. 2.4. Спалучэнне розных тыпаў узаемадзеянняў участкаў умоўных ліній.



1) дэфект звязнасці роўны 1 2) дэфект звязнасці роўны 2

Мал. 2.5. Розныя ступені ўзаемадзеянняў умоўных кропак.

сістэмы. У другім выпадку, U=0.02 , таму што ўзаемадзеяннямі звязаны толькі дзве сістэмы ўзроўня -2. Гэта значыць, дакладнасць задання ўзаемадзеянняў U можна павышаць, указваючы колькасць сістэм усё болей нізкага ўзроўня, якія ўзаемадзейнічаюць.

Такім чынам, узаемадзеянні U задаюцца:

- указаннем нумароў (або абазначэнняў) аб'ектаў, якія ўзаемадзейнічаюць, (першае прыбліжэнне) (назвы сістэм S_i у табліцы S^{ℓ});

- указаннем колькасці (мерай) і спісам нумароў (або абазначэнняў) звязаных узаемадзеяннямі сістэм болей нізкага ўзроўня (другое прыбліжэнне) і г.д.

Калі меру ўмоўнай кропкі S^0 пакласці роўнай 1, то пры n роўным, напрыклад, 10, мера элемента S^{-1} роўная 0.1=10^{-1}, мера S^{-2} =0.01=10^{-2} і г.д., мера ідэальнай кропкі S^{i0} ($S^{-\infty}$) роўная $10^{-\infty}$=0.

Калі кавалак лініі S^1 утрымлівае n (10) элементаў $S_1^0,\ldots,S_{10}^0$, тады яго мера роўная 10^1=10 .

Калі колькасць элементаў на кожным узроўні аднолькавая, тады пры разбіцці аб'екта на падсістэмы болей нізкага ўзроўню памеры падсістэм вызначаюцца нумарам узроўню - лагарыфмам ліку пры аснове n.

Увядзенне градацый для ацэнкі ўзаемадзеянняў геаметрычных аб'ектаў не толькі дазваляе з зададзенай дакладнасцю вызначаць злучэнні, але і дэманструе выкананне для пабудаваных такім чынам геаметрычных аб'ектаў S адной з важнейшых уласцівасцей іерархічных многаўзроўневых сістэм, а менавіта: метрычныя характарыстыкі геаметрычнага аб'екта S узроўню ℓ (аб'екта S^{ℓ}) вызначаюцца метрычнымі характарыстыкамі яго элементаў $\overline{S}^{\ell-1}$ узроўня ℓ-1 з улікам колькасці элементаў і метрычных характарыстык іх узаемадзеянняў $\overline{U}$. Розніца паміж характарыстыкамі, разлічанымі без уліку і з улікам узаемадзеянняў, не перавышае лік, на парадак меньшы за кожную з гэтых характарыстык.

Відавочна, што дэфект звязанасці заўсёды неадмоўная велічыня, пры гэтым колькасная ацэнка ўзаемадзеянняў прадстаўляе сабой рацыянальны лік, меншы за адзінку. Напрыклад, колькасная ацэнка U на мал.2.5 у першым выпадку роўная U=0.25, таму што ўзаемадзейнічаюць дзве поўныя сістэмы S^{-1} і палова такой жа сістэмы. У другім выпадку, U=0.02 , таму што ўзаемадзеяннямі звязаны толькі дзве сістэмы ўзроўня -2. Гэта значыць, дакладнасць задання ўзаемадзеянняў U можна павышаць, указваючы колькасць сістэм усё болей нізкага ўзроўня, якія ўзаемадзейнічаюць.

Такім чынам, узаемадзеянні U задаюцца:

- указаннем нумароў (або абазначэнняў) аб'ектаў, якія ўзаемадзейнічаюць, (першае прыбліжэнне) (назвы сістэм S_i у табліцы S^{ℓ});

- указаннем колькасці (мерай) і спісам нумароў (або абазначэнняў) звязаных узаемадзеяннямі сістэм болей нізкага ўзроўня (другое прыбліжэнне) і г.д.

Калі меру ўмоўнай кропкі S^0 пакласці роўнай 1, то пры n роўным, напрыклад, 10, мера элемента S^{-1} роўная 0.1=10^{-1}, мера S^{-2} =0.01=10^{-2} і г.д., мера ідэальнай кропкі S^{i0} ($S^{-\infty}$) роўная $10^{-\infty}$=0.

Калі кавалак лініі S^1 утрымлівае n (10) элементаў $S_1^0,\dots,S_{10}^0$, тады яго мера роўная 10^1=10 .

Калі колькасць элементаў на кожным узроўні аднолькавая, тады пры разбіцці аб'екта на падсістэмы болей нізкага ўзроўню памеры падсістэм вызначаюцца нумарам узроўню - лагарыфмам ліку пры аснове n.

Увядзенне градацый для ацэнкі ўзаемадзеянняў геаметрычных аб'ектаў не толькі дазваляе з зададзенай дакладнасцю вызначаць злучэнні, але і дэманструе выкананне для пабудаваных такім чынам геаметрычных аб'ектаў S адной з важнейшых уласцівасцей іерархічных многаўзроўневых сістэм, а менавіта: метрычныя характарыстыкі геаметрычнага аб'екта S узроўню ℓ (аб'екта S^{ℓ}) вызначаюцца метрычнымі характарыстыкамі яго элементаў $\overline{S}^{\ell-1}$ узроўня ℓ-1 з улікам колькасці элементаў і метрычных характарыстык іх узаемадзеянняў $\overline{U}$. Розніца паміж характарыстыкамі, разлічанымі без уліку і з улікам узаемадзеянняў, не перавышае лік, на парадак меньшы за кожную з гэтых характарыстык.

2.2.7. Кавалак паверхні S^2

Ідэальны кавалак паверхні (лапік) S^{i2} задаецца наборам $\{\mathrm{M}, \Gamma, \Sigma\}$, $\overline{\psi}$, дзе:

Σ - разбіенне S^{i2} на лапікі меньшай плошчы і/ці ўраўненне - крытэрый адбору ідэальных кропак S^{i0} лапіка S^{i2} (агульны выпадак - параметрычны рацыянальны В-сплайн у аднародных каардынатах);

Γ - кавалак лініі, каардынаты пачатку якога супадаюць з каардынатамі канца (структура $_\gamma\sigma^{i2}$ мяжы ідэальнага лапіка задаецца структурай ідэальнай лініі S^{i1});

М - мноства метрычных характарыстык S^{i2} утрымлівае адрозныя ад нуля характарыстыкі μ_2 і μ_3 , прычым μ_4 заўсёды роўнае 0.

Ідэальны абрэзак упарадкоўваецца двумя параметрамі (τ, t).

Мяжа $_\gamma\sigma^{i2}$ аб'екта S^{i2} называецца контурам.

Акрамя кропкавага каркаса, на S^{i2} можа быць зададзены лінейны каркас, азначаны двума сямействамі параметрычных ліній

Аднак, для ідэальнага лапіка S^{i2}, таксама як і для ідэальнай лініі S^{i1}, немагчыма азначыць міжузроўневыя сувязі - адносіны метрычных характарыстык S^{i2} і сямействаў ліній $\overline{S}^{i1}$ і кропак $\overline{S}^{i0}$, якія яго складаюць; элементы S^{i1} і S^{i0}, якія ўваходзяць у склад S^{i2}, немагчыма пералічыць і задаць іх узаемадзеянні.

2.2.8. Азначэнне ўмоўнага кавалка паверхні (лапіка) S^2

Умоўны кавалак S^2 прадстаўляе сабой двухузроўневую сістэму, якая складаецца з канечнай колькасці ўмоўных ліній $\{S_1^1, \ldots, S_n^1\} = \overline{S}^1$, упарадкаваных строгім лінейным парадкам (кожная лінія S_i^1, i=1,...,n мае не больш адной папярэдняй і не больш адной наступнай), прычым узаемадзеянні $\overline{U}$ кропак умоўных кавалкаў ліній заўсёды трапляюць у інтэрвал $U_i \in (-\varepsilon, \varepsilon], (-\varepsilon < u_i \le \varepsilon\ \forall i)$.

У базісу $\{\mathrm{M}, \Gamma, \Sigma\}$, $\overline{\psi}$ кавалак умоўнай паверхні прадстаўляецца ў выглядзе аб'екта S^2, для якога:

$\Sigma = \sigma^2$ - структура двухузроўневай сістэмы, азначанай вышэй (якая складаецца з канечнай колькасці кавалкаў умоўных ліній, якія ўзаемадзейнічаюць), і крытэрый адбору ліній;

$\Gamma = \gamma^2$ - замкнёны кавалак умоўнай лініі і элементы ўмоўных кропак, якія складаюць абрэзак;

$\mathrm{M}=\left\{\mu_2^2,\mu_3^2,\mu_4^2,\mu_5^2\right\}$, дзе μ_2^2,μ_3^2,μ_4^2 звязаны з характарыстыкамі $\mu_{2i}^1,\mu_{3i}^1,\mu_{4i}^1$, i=1,...,n эшалона ўмоўных кавалкаў ліній $\bar{S}^1$, якія складаюць S^2, міжузроўневымі дачыненнямі.

Каардынатар S_0^2 сістэмы S^2 можа выконваць усе дзеянні з умоўнымі кавалкамі ліній S^1, якія дазваляюць узгадняць іх узаемадзеянні такім чынам, каб задавальнялісь патрабаванні, прад'яўляемыя да ўсёй сістэмы S^2.

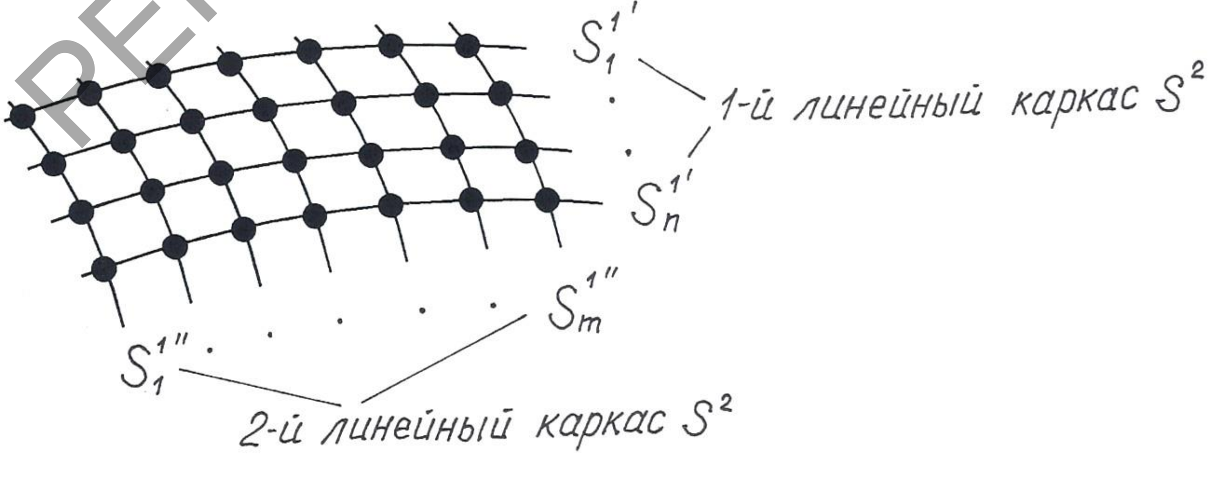
2.2.9. Уласцівасці ўмоўнага кавалка паверхні S^2

Уласцівасць 1. Паколькі кожная ўмоўная лінія з $\bar{S}^1$ ўпарадкавана строгім лінейным парадкам *T*, то для ўпарадкавання ўмоўных кропак $\bar{S}^0$ лапіка S^2 неабходна і дастаткова двух параметраў -τ і *t*, дзе *t* упарадкоўвае кропкі $\bar{S}^0$ умоўных ліній $\bar{S}^1$, а τ- самі ўмоўныя лініі лапіка S^2.

Уласцівасць 2. Сямейства ўмоўных ліній $\bar{S}^1$ лапіка S^2 можна пабудаваць двумя спосабамі - мяняючы месцамі *t* і τ.

Уласцівасць 3. Любое падмноства ўмоўных ліній з $\bar{S}^1$, пабудаваных любым з 2-х спосабаў, якое ўключае пачатковую S_1^1 і канечную S_n^1 ўмоўныя лініі, называецца лінейным каркасам S^2. Кропкі ўзаемадзеяння любых двух лінейных каркасаў, пабудаваных рознымі спосабамі, называюцца кропкавым каркасам (мал.2.6).

Любы каркас S^2 адназначна вызначаецца мяжой γ^2 і крытэрыямі адбору ўмоўных ліній і кропак.



Мал. 2.6. Лінейны і кропкавы каркасы

Уласцівасць 4. Крытэрыі адбору ўмоўных кропак і ліній аб'екта S^2 могуць быць аднаўлены па каркасах S^2 і ўмовах узгаднення ўзаемадзеянняў умоўных ліній і кропак. Дакладнасць азначэння крытэрыя павышаецца з паніжэннем узроўня l умоўных аб'ектаў, якія ўдзельнічаюць ва ўзаемадзеяннях.

Уласцівасць 5. Звужэнне $\overline{\psi}\Big|S^2$ набору адносін $\overline{\psi}$, зададзенага на дэкартавым здабытку $\mathrm{M}\times\Gamma\times\Sigma$, на клас S^2 прадстаўляе сабой набор адносін двухузроўневай сістэмы з дынамічнымі аб'ектамі, адкуль вынікае стандартны спосаб пабудовы любога дачынення гэтага класа.

Уласцівасць 6. Мяжа γ^2 умоўнага лапіка S^2 уключае не толькі ўмоўныя лініі, але і элементы ўмоўных кропак узроўня S^{-1} (і любога $\ell\leq$-1), якія не ўдзельнічаюць у сувязях гэтых кропак адна з адной.

Уласцівасць 7. Умоўныя кропкі лапіка S^2 (кубічныя) маюць не больш 8 суседніх кропак, прычым у $\overline{S}^0$ знойдзецца хаця б адна кропка $S^{0'}$, якая мае роўна 8 суседніх кропак. Умоўныя лініі любога з двух сямействаў лапіка S^2 маюць не больш 2-х суседніх умоўных ліній, прычым для кожнага $\overline{S}^1$ знойдецца хаця бы адна $S^{1'}$, якая мае дзве суседнія лініі. Аб'екты S^2, якія маюць хаця б у адным разбіенні два класы (гранічных) умоўных ліній, называюцца выраджанымі ўмоўнымі лапікамі.

Уласцівасць 8. Важнай тапалагічнай характарыстыкай умоўных аб'ектаў S^2 з'яўляецца звязанасць.

Умоўны кавалак S^2 з'яўляецца адназвязаным (не мае дзірак), калі яго мяжа γ^2 - звязаная са ступенню ўзаемадзеянняў S^0.

S^2 мае адну дзірку, калі яго ўмоўная (аднамерная) мяжа γ^2 складаецца з двух звязаных умоўных ліній $\gamma^{2'}$ і $\gamma^{2''}$, так што $\gamma^{2'}\cap\gamma^{2''}=0\,\&\,\gamma^{2'}\cup\gamma^{2''}=\gamma^2$, прычым умоўныя кропкі $\gamma^{2'}$ або $\gamma^{2''}$ маюць нумары ўнутраных кропак S^2 (пры любым лінейным каркасе кропкі аднаго з аб'ектаў $\gamma^{2'}$ або $\gamma^{2''}$ маюць нумары >1, але $<n$).

Гэтая ўласцівасць адпаведным чынам пашыраецца на любую колькасць дзірак у S^2.

Дзеянні над S^2 уводзяцца аналагічна дзеянням над S^1 (уласцівасць 4 для S^1).

Узаемадзеянні (адносныя станы) двух лапікаў, лапіка і лініі, лапіка і кропкі вызначаюцца ў адпаведнасці з агульнымі законамі іерархічных многаўзроўневых сістэм аналагічна таму, як яны былі вызначаны для S^1.

2.2.10. Трохмерны аб'ект (S^3)

3-мерны (аб'ёмны) аб'ект S^3 прадстаўляе сабой рэальную канструкцыю (у адрозненне ад матэматычных паняццяў ідэальнай кропкі і паверхні), таму для яго не патрабуецца ўводзіць тэрмін "умоўны".

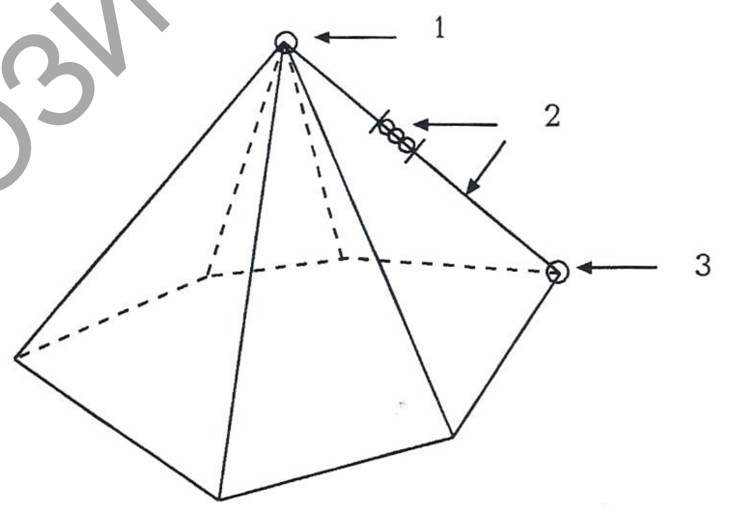
У той жа час мяжа γ^3 аб'екта S^3 можа быць або ідэальнай (γ^{i3}), або ўмоўнай (γ^3) паверхняй. Напрыклад, калі S^3 - многаграннік, ён можа мець, разам з ідэальнымі, умоўныя грані, робры і вяршыні (аб'екты класаў S^2, S^1, S^0), прычым кожная ўмоўная вяршыня S^0 задаецца ўзаемадзеяннямі вызначанай канечнай колькасці ўмоўных робраў S^1 і граней S^2, кожнае рабро - узаемадзеяннямі двух граняў (выключаючы кропкі вяршыняў); 3-мерны аб'ект з умоўнай мяжой адлюстраваны на мал. 2.7.

У базісе $\{\mathrm{M}, \Gamma, \Sigma\}$, $\bar{\psi}$ геаметрычных зменных і адносін між імі 3-мерны аб'ект S^3 азначаецца наступным чынам:

$\Sigma = \sigma^3$ - двухузроўневая сістэма, якая складаецца з канечнай колькасці звязаных лапікаў $\bar{S}^2$ і ўтрымлівае крытэрый адбору лапікаў;

$\Gamma = \gamma^3$ - замкнёная ўмоўная паверхня (пры гэтым $\Gamma = \gamma^3$ па сэнсу супадае з мяжой γ^{i3});

$\mathrm{M} = \{\mu_2^3, \mu_3^3, \mu_4^3, \mu_5^3\}$, дзе $\mu_2^3, \mu_3^3, \mu_4^3$ звязаны з $\mu_{2i}^2, \mu_{3i}^2, \mu_{4i}^2$, $i=1,...,n$ эшалона ўмоўных лапікаў $\bar{S}^2$, якія складаюць S^3, міжузроўневымі адносінамі.



Мал. 2.7. 3-мерны аб'ект S^3 з умоўнай мяжой γ^3.

1- кропка ўзаемадзеяння 6-ці рэбраў
2- лінія ўзаемадзеяння 2-х граней
3- кропка ўзаемадзеяння 3-х рэбраў

Каардынатар S_0^3 сістэмы S^3 можа выконваць усе дзеянні, якія дазваляюць узгадняць узаемадзеянні ўмоўных лапікаў $\overline{S}^2$ такім чынам, каб выконваліся патрабаванні, якія прад'яўляюцца да S^3.

Відавочна таксама, што S_0^3 выконвае ўсе дзеянні, якія дазваляюць будаваць S^3 з элементаў класа S^3, але меньшых размераў (у прыватнасці, з умоўных кропак S^0, якія на самой справе з'яўляюцца прымітыўнымі аб'ектамі таго ж класа S^3, але меньшага размеру).

2.2.11. Уласцівасці 3-мерных аб'ектаў S^3

Уласцівасць 1. Для ўпарадкавання ўмоўных лапікаў $\overline{S}^2$ аб'екта S^3 пры любым з 3-х магчымых спосабаў іх пабудовы дастаткова аднаго параметра *t*; для ўпарадкавання ўмоўных кропак S^3 неабходна і дастаткова 3 параметраў ($t,\ \tau,\ \theta$).

Уласцівасць 2. Звужэнне $\overline{\psi}\big|S^3$ набора адносінаў $\overline{\psi}$, зададзенага на $\mathrm{M}\times\Gamma\times\Sigma$ на S^3 ($\overline{\psi}\big|S^3$ для 3-мернай геаметрыі не звужэнне, а поўны набор адносін), азначаецца стандартнымі адносінамі двухузроўневых сістэм з дынамічнымі аб'ектамі.

Уласцівасць 3. Умоўныя кропкі S^3 маюць не больш 26 суседніх і заўсёды знойдецца ў $\overline{S}^0$ хаця б адна $S_i^{0'}$ ($i\in 1,...,n$) якая мае роўна 26 суседніх умоўных кропак. Пры гэтым ступень яе ўзаемадзеянняў з шасцю з іх роўная 2 ("грані"), з 12-ю - 1 і з 8-ю - 0, г.зн. з 6-ю кропкамі ўзаемадзеянні здзяйсняюцца па S^2, з 12-ю - па S^1, з 8-ю - па S^0.

Уласцівасць 4.

1). 3-мерны аб'ект S^3 будзе адназвязаным, калі (пры любым спосабе разбіення з 3-х магчымых) усе ўмоўныя лапікі $\overline{S}^2$ адназвязаныя.

2). S^3 мае 1 поласць, калі $\Gamma=\gamma^3$ - незвязаная і складаецца з двух аб'ектаў $\gamma^{3'}$ і $\gamma^{3''}$, якія не ўзаемадзейнічаюць, прычым $\gamma^3=\gamma^{3'}\cup\gamma^{3''}\ \&\ \gamma^{3'}\cap\gamma^{3''}=0$ і адзін з аб'ектаў $\gamma^{3'}$ ці $\gamma^{3''}$ мае нумары "ўнутраных" умоўных кропак S^3.

3). S^3 мае структуру тора (адну скразную дзірку), калі знойдзецца разбіенне яго на лапікі S^2 (адно з трох магчымых), у якім кожны кавалак мае адну дзірку, прычым граніцы гэтых дзірак прадстаўляюць сабой набор лінейна ўпарадкаваных умоўных (замкнёных) кавалкаў ліній $\overline{S}^1$, якія ўзаемадзейнічаюць адзін з адным з утварэннем структуры цыліндра.

Уведзеныя азначэнні можна пашырыць на любы канечны лік поласцяў і навылётных (скразных) дзірак).

2.3. Спосаб пабудовы геаметрычных аб'ектаў

2.3.1. Дзеянні з геаметрычнымі аб'ектамі

Для кожнага тыпу ўведзеных вышэй структур $\Sigma = \left\{\sigma^0, \sigma^1, \sigma^2, \sigma^3\right\} =$ {кропкі, кавалкі лініі, лапікі, аб'ёмныя (3-мерныя) аб'екты} існуе 3 класы дзеянняў:

1). Дзеянні, якія дазваляюць змяняць аб'екты, не выходзячы за абмежаванні дадзенай структуры (R_1).

Гэты клас дзеянняў дазваляе разглядаць кожны тып структур як дынамічную сістэму, якая мае вызначаную прастору станаў і набор дзеянняў змены станаў.

Або, што тое ж самае, кожную структуру можна разглядаць як абстрактную структуру дадзеных, якая ўтрымлівае абстрактны тып дадзенага і набор дзеянняў, адносна якіх гэты тып замкнёны, г.з. як некаторую алгебру.

Да гэтага класу дзеянняў адносяцца - дзеянні ўзгодненага змянення каардынат усіх кропак аб'екта, г.з. $\left\{\left\{\mu_1, \hat{\mu}_2, \hat{\mu}_3, \hat{\mu}_4, \hat{\mu}_5\right\}, \hat{\Gamma}, \hat{\Sigma}\right\}$, могуць змяняцца толькі характарыстыкі тыпа μ_1, астатнія зафіксаваны; (гэта аперацыі прамалінейнага руху і павароту) (R_{11});

- дзеянні змянення памераў $\left\{\mathrm{M}, \hat{\Gamma}, \hat{\Sigma}\right\}$; могуць змяняцца (з некаторымі абмежаваннямі) усе метрычныя характарыстыкі M (R_{12});

- дзеянні дэфармацыі $\left\{\mathrm{M}, \left\{{}_{\gamma}\mu, \left\{\hat{\bar{\gamma}}, {}_{\gamma}U\right\}\right\}, \left\{\hat{\bar{S}}, \overline{U}\right\}\right\}$, г.з. змяняюцца M, сувязі ${}_{\gamma}U$ элементаў мяжы і $\overline{U}$ усіх элементаў (R_{13}).

2). Дзеянні абмежаванага змянення структуры (R_2) $\left\{\mathrm{M}, \Gamma, \Sigma\right\}$, пры гэтым змяняюцца ўсе элементы аб'екта.

Гэты клас дзеянняў уключае, такім чынам, усе папярэднія і дадаткова дзеянні

- дадаванне, выдаленне, замену элементаў, якія не выводзяць за межы дадзенай канструктыўнай размернасці (напрыклад, спалучэнне лінейных кавалкаў у болей доўгі, выдаленне элементаў, якое не парушае тып структуры (канструктыўную размернасць) і звязанасць) (R_{21});

- дэкампазіцыю структурных элементаў на элементы болей нізкага ўзроўня (разбіццё) (R_{22});

- змяненне звязанасці (R_{23}).

3). Дзеянні змены ўзроўня (R_3).

Гэты клас дзеянняў уключае ўсе папярэднія і найбольш значныя для яго:

- змяненне размераў, якое выводзіць за межы дадзенай структуры (R_{31}):

$$\sigma^0 \leftrightarrow \sigma^3; \sigma^1 \to \sigma^0; \sigma^2 \to \sigma^0$$

- драбленне і выдаленне элементаў з паніжэннем узроўня (R_{32}):

$$\sigma^3 \to \sigma^2 \to \sigma^1 \to \sigma^0$$

- сінтэз сістэмы больш высокага ўзроўню з элементаў больш нізкіх узроўняў (R_{33}):

$$\begin{aligned} &\bar{S}^0 \to S^1, \bar{S}^0 \to S^2, \bar{S}^0 \to S^3, \\ &\bar{S}^1 \to S^2, \bar{S}^1 \to S^3, \\ &\bar{S}^2 \to S^3 \end{aligned}$$

Прыведзены набор дзеянняў належыць S_0^3 - каардынатару найбольш складанага геаметрычнага аб'екта S^3, які валодае наборам падсістэм усіх узроўняў.

Каардынатары сістэм S^2, S^1 і S^0 маюць меньшыя наборы дзеянняў (якія прыведзены вышэй пры апісанні геаметрычных структур). Напрыклад, S_0^0 умоўнай кропкі S^0 выконвае толькі прамалінейны рух, абмежаванае змяненне размераў і разбіццё на кропкі S^{-1}, S^{-2} і г.д.

На ўваходы пералічаных дзеянняў паступаюць геаметрычныя аб'екты, зададзеныя ў выглядзе $\{\mathrm{M}, \Gamma, \Sigma\}$, $\bar{\psi}$ на выхадзе $\mathrm{M}, \Gamma, \Sigma$ могуць змяняцца як без змены адносін $\bar{\psi}$, так і са зменай (пры пераходах паміж класамі структур). У табліцы 2.2 прыведзена схема аднаго з прасцейшых дзеянняў - змяненне каардынат кропкі $S^{0'}$ шляхам складання з каардынатамі іншай кропкі $S^{0''}$:

Табліца 2.2

Схема дзеяння складання каардынат двух кропак

R	стан	уваход	выхад
$+$	$S^{0'}$	$S^{0''}$	$S^{0''}$

Агульнае прадстаўленне любога дзеяння аналагічна прадстаўленаму ў табл.2.2, але ўваходы, выхады і станы ў астатніх выпадках маюць больш складанае апісанне.

2.3.2. Спосаб пабудовы геаметрычных аб'ектаў

Пры пабудове геаметрычных аб'ектаў захоўваецца наступная паслядоўнасць дзеянняў:

- азначэнне канструктыўнай размернасці выходнога геаметрычнага аб'екта (выбар з Σ патрабуемага класа $\sigma^0, \sigma^1, \sigma^2, \sigma^3$);
- азначэнне характару змен стандартнага элемента (эталоннага прадстаўніка, прымітыва) дадзенай структуры, якія неабходна здзейсніць, каб атрымаць патрэбны аб'ект S;
- генерацыя паслядоўнасці дзеянняў з пералічаных вышэй класаў (заўважым, што кожны клас дзеянняў прадстаўляе сабой у прынцыпу згеніраваную паслядоўнасць і патрабуе толькі настройкі);
- выкананне дзеянняў; гэты працэс адпавядае разлікам характарыстык $\{\mathrm{M}, \Gamma, \Sigma\}$ выхадных аб'ектаў дзеянняў.

Сувязі паміж асноўнымі геаметрычнымі структурамі, прадстаўленыя ў выглядзе дзеянняў пералічаных вышэй класаў, дазваляюць выбраць клас дзеянняў для фарміравання патрэбнага выхаднога аб'екта з існуючага ўваходнага. Дзеянне R_{12} усюды запісана ў выглядзе $|R_{12}|$, што паказвае неабходнасць улічваць абмежаванні пры яго прымяненні.

Спіс прымітыўных аб'ектаў:

Узровень		Прымітывы
S^0	-	кропкі;
S^1	-	$\begin{cases}\text{адрэзкі;}\\ \text{дугі;}\end{cases}$
S^2	-	$\begin{cases}\text{кругі;}\\ \text{квадраты;}\\ \text{трохвуголь нікі;}\\ \text{кольцы;}\end{cases}$

$$S^3 \quad - \quad \begin{cases} \text{шары;} \\ \text{кубы;} \\ \text{конусы;} \\ \text{цыліндры;} \\ \text{піраміды (3 - мерны сімплекс)}. \end{cases}$$

Прыклад.

Дзеянне: R_{33}: $C \times X \to Y$,

дзе $C = \left\{S_1^0,\ldots,S_n^0\right\}$, $X = \left\{\sigma^1, \omega\right\}$, $Y = S^1$,

дазваляе пабудаваць па каркасу C кропак $S_1^0,\ldots,S_n^0$ і ўказанню тыпу структуры (а таксама дадатковай інфармацыі, атрымліваемай ад канструктара - ω) кавалак лініі S^1, г.з. вызначыць усе параметры $\left\{\mathrm{M},\Gamma,\Sigma\right\}$. Паколькі σ^1 у дадзеным выпадку аднамерны сплайн, структура дадатковай інфармацыі зададзена вышэй у табліцы на мал.2.1; канкрэтныя значэнні параметраў вызначае канструктар у працэсе ітэрацый.

2.4. Высновы

Дадзеная глава ўтрымлівае асноўны тэарэтычны вынік дысертацыі - іерархічную многаўзроўневую сістэму геаметрычных выразаў розных размернасцей.

Распрацаваны новы падыход да рашэння праблемы стандартызацыі графічнай (геаметрычнай) інфармацыі, заснаваны на тэорыі іерархічных многаўзроўневых сістэм. Дадзены падыход дазваляе прапанаваць новы адзіны геаметрычны выраз і змяняць размернасць геаметрычных аб'ектаў у межах гэтага выраза.

Агульны выраз геаметрычнага аб'екта S^ℓ (прадстаўлены ў выглядзе іерархічнай многаўзроўневай сістэмы) заснаваны на апісанні геаметрычных характарыстык лікавым пазіцыйным кодам і на тым, што геаметрычныя аб'екты любой размернасці, у тым ліку і кропкі, маюць структуру. Тым самым з'яўляецца магчымасць бесперапынна звязваць дыскрэтныя сістэмы іх элементамі больш нізкіх узроўняў, пераходзіць ад болей высокай размернасці да больш нізкай і назад за канечную колькасць крокаў, выконваць дзеянні з геаметрычнымі аб'ектамі аналагічна дзеянням з лікамі.

Распрацавана і даследвана іерархічная многаўзроўневая сістэма геаметрычных выразаў.

Азначаны і ўпарадкаваны па ўзроўню неазначанасці магчымыя разбіенні геаметрычных характарыстык у заданнях на канструяванне, адносіны склейкі і адпаведныя ім працэсы канструявання.

Разгледжаны і даследваны адносіны геаметрычных зменных (M, Γ, Σ).

Прапанаваны матэматычныя азначэнні ўмоўных кропкі, адрэзка, лапіка.

Азначаны ўласцівасці геаметрычных аб'ектаў. Праведзенае даследванне ўласцівасцей і асаблівасцей класаў структур геаметрычных аб'ектаў (умоўнай кропкі, кавалка ўмоўнай лініі, умоўнага лапіка, трохмернага аб'екта) дазволіла адзначыць, што клас дзеянняў зумоўнымі кропкамі багацей за адпаведны клас з ідэальнымі аб'ектамі - дадаюцца два новых дзеянні: маштабаванне і змена (зніжэнне ці павышэнне) ўзроўня. Аб'яднанне канечнай колькасці ўмоўных кропак дае сістэму больш высокага ўзроўня, чаго нельга здзяйсняць з ідэальнымі кропкамі.

Дзякуючы гэтаму з'яўляецца магчымасць увесці простыя азначэнні ліній і паверхняў, якія маюць усе адзнакі ідэальных ліній і паверхняў і яшчэ некаторыя дадатковыя ўласцівасці, якія спрашчаюць іх пабудову і змену.

Даследваны канструктыўныя уласцівасці і асаблівасці, на аснове якіх вызначаны спосабы пабудовы любой сістэмы азначаных класаў.

Азначаны спосабы спалучэння асобных ліній у кавалкі паверхняў.

Азначаны ўзаемадзеянні - станы умоўных аб'ектаў адносна адзін аднаго і іх сувязі ўласнымі будовамі (структурамі), на аснове якіх стала магчымай практычная рэалізацыя пастаўленай задачы. З'явілася магчымасць задання колькаснай ацэнкі ўзаемадзеянняў. Уведзены шкалы для ацэнкі ўзаемадзеянняў.

Даследваны тапалагічныя ўласцівасці умоўных аб'ектаў.

Выдзелены классы дзеянняў з геаметрычнымі аб'ектамі (дзеянні, якія не змяняюць структуры (R_1), дзеянні абмежаванага змянення структуры (R_2) і дзеянні змены ўзроўня (R_3).

Распрацаваны спосаб пабудовы геаметрычных аб'ектаў.

Выкананыя даследванні даюць магчымасць лічыць, што прапанаваны метад можа быць выкарыстаны як для канструявання геаметрычных аб'ектаў, так і для імітацыі змены іх фізічных правобразаў, што мае важнае значэнне для апрацоўкі графічнай інфармацыі і інжынернага аналіза.

3. СІСТЭМА ДЗЕЯННЯЎ З ГЕАМЕТРЫЧНЫМІ ВЫРАЗАМІ

Выдзелім два механізмы развіцця сістэмы:
- развіццё ва ўмовах раўнавагі (не змяняе ўзровень);
- развіццё ва ўмовах росту (адбываецца змена ўзроўня сістэмы).

У дадзенай главе прапануецца сістэма аперацый над метрычнымі характарыстыкамі геаметрычнага аб'екта, якая дазваляе разглядаць імітацыю ўзгодненай дынамікі структур розных узроўняў у ЭВМ (у тым ліку змену ўзроўняў, узаемадзеянні са зменай узроўня).

3.1. Механізм развіцця сістэм ва ўмовах раўнавагі

Ніжэй будзем апускаць усе індэксы, адсутнасць якіх не выклікае неазначанасць.

Няхай метрычная характарыстыка $\tilde{\mu}^{\ell}$ прымае тры значэнні:

$$-\tilde{\mu}^{\ell} = \left(-1^{\ell}, 0^{\ell}, 0\right),\ {}^{0}\tilde{\mu}^{\ell} = \left(0, 0^{\ell}, 0\right),\ +\tilde{\mu}^{\ell} = \left(0, 0^{\ell}, 1^{\ell}\right). \qquad (3.1)$$

Для даследвання аперацый у M^{ℓ} увядзём мноства аб'ектаў

$$\Psi^{\tau} = \left\{ {}^{-}\tilde{\tau} = \left({}^{-}\tau, {}^{0}\tau, 0\right), {}^{0}\tilde{\tau} = \left(0, {}^{0}\tau, 0\right), {}^{+}\tilde{\tau} = \left(0, {}^{0}\tau, {}^{+}\tau\right) \right\}, \qquad (3.2)$$

правілы злучэння якіх запісваюцца ў выглядзе:

$$\begin{aligned}
&\left({}^{-}\tilde{\tau} \oplus {}^{0}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau}\right) \Rightarrow \left(\left({}^{-}\tau, {}^{0}\tau, 0\right) \oplus \left(0, {}^{0}\tau, 0\right) = \left({}^{-}\tau, {}^{0}\tau, 0\right)\right)\Big| \& \left(0, {}^{0}\tau, 0\right)\uparrow \\
&\left({}^{+}\tilde{\tau} \oplus {}^{0}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau}\right) \Rightarrow \left(\left(0, {}^{0}\tau, {}^{+}\tau\right) \oplus \left(0, {}^{0}\tau, 0\right) = \left(0, {}^{0}\tau, {}^{+}\tau\right)\right)\Big| \& \left(0, {}^{0}\tau, 0\right)\uparrow \\
&\left({}^{0}\tilde{\tau} \oplus {}^{0}\tilde{\tau} = {}^{0}\tilde{\tau}\right) \Rightarrow \left(\left(0, {}^{0}\tau, 0\right) \oplus \left(0, {}^{0}\tau, 0\right) = \left(0, {}^{0}\tau, 0\right)\right)\Big| \& \left(0, {}^{0}\tau, 0\right)\uparrow \qquad (3.3) \\
&\left({}^{-}\tilde{\tau} \oplus {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau}\right) \Rightarrow \left(\left({}^{-}\tau, {}^{0}\tau, 0\right) \oplus \left({}^{-}\tau, {}^{0}\tau, 0\right) = \left({}^{-}\tau, {}^{0}\tau, 0\right)\right)\Big| \& \left({}^{-}\tau, {}^{0}\tau, 0\right)\uparrow \\
&\left({}^{+}\tilde{\tau} \oplus {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau}\right) \Rightarrow \left(\left(0, {}^{0}\tau, {}^{+}\tau\right) \oplus \left(0, {}^{0}\tau, {}^{+}\tau\right) = \left(0, {}^{0}\tau, {}^{+}\tau\right)\right)\Big| \& \left(0, {}^{0}\tau, {}^{+}\tau\right)\uparrow \\
&\left({}^{-}\tilde{\tau} \oplus {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{0}\tilde{\tau}\right) \Rightarrow \left(\left({}^{-}\tau, {}^{0}\tau, 0\right) \oplus \left(0, {}^{0}\tau, {}^{+}\tau\right) = \left(0, {}^{0}\tau, 0\right)\right)\Big| \& \left(0, {}^{0}\tau, 0\right)\uparrow \& \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\Big| \& \left({}^{-}\tau, 0, 0\right)\uparrow \& \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\Big| \& \left(0, 0, {}^{+}\tau\right)\uparrow
\end{aligned}$$

Сімвалам $\uparrow$ абазначана аперацыя выдалення адпаведнай сістэмы з S^{ℓ} у ${}_{\omega}S^{\ell}$. Апошні выраз азначае, што ў ${}_{\omega}S^{\ell}$ паступае сістэма ${}^{0}\tilde{\tau}$ і дзве незвязаныя сістэмы:

${}^{-}\tilde{\tilde{\tau}}$ і ${}^{+}\tilde{\tilde{\tau}}$, такія, што злучэнне ${}^{-}\tilde{\tilde{\tau}}$ з ${}^{0}\tilde{\tau}$ вядзе да ${}^{-}\tilde{\tau}$, злучэнне ${}^{+}\tilde{\tilde{\tau}}$ з ${}^{0}\tilde{\tau}$ - да ${}^{+}\tilde{\tau}$; аб'екты за рысай не належаць $\Psi^{\tau}\left(S^{\ell}\right)$.

Атрыманая алгебра Ψ^{τ} мае наступныя ўласцівасці.

. Адносна $\oplus$ мноства Ψ^{τ} замкнёнае.

Дзеянне $\oplus$ камутатыўнае, але не асацыятыўнае:

$$\begin{aligned} &{}^{+}\tilde{\tau} \oplus \left({}^{+}\tilde{\tau} \oplus {}^{-}\tilde{\tau}\right) = {}^{+}\tilde{\tau} \oplus {}^{0}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau}, \\ &\left({}^{+}\tilde{\tau} \oplus {}^{+}\tilde{\tau}\right) \oplus {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau} \oplus {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{0}\tilde{\tau}. \end{aligned} \tag{3.4}$$

Усе элементы Ψ^{τ} з'яўляюцца ідэмпатэнтамі адносна $\oplus$.

Элемент ${}^{0}\tilde{\tau}$ з'яўляецца адзінкавым адносна $\oplus$ для ${}^{+}\tilde{\tau}$ і элементы ${}^{+}\tilde{\tau}$ і ${}^{-}\tilde{\tau}$ - узаемаадваротныя.

Аперацыю множання ў Ψ^{τ} увядзём наступным чынам:

$$\begin{aligned} \left({}^{0}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{0}\tilde{\tau} = {}^{0}\tilde{\tau}\right) &\Rightarrow \left(\left(0, {}^{0}\tau, 0\right) \otimes \left({}^{-}\tau, {}^{0}\tau, 0\right) = \left(0, {}^{0}\tau, 0\right)\right) \\ \left({}^{0}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{0}\tilde{\tau} = {}^{0}\tilde{\tau}\right) &\Rightarrow \left(\left(0, {}^{0}\tau, 0\right) \otimes \left(0, {}^{0}\tau, {}^{+}\tau\right) = \left(0, {}^{0}\tau, 0\right)\right) \\ \left({}^{0}\tilde{\tau} \otimes {}^{0}\tilde{\tau} = {}^{0}\tilde{\tau}\right) &\Rightarrow \left(\left(0, {}^{0}\tau, 0\right) \otimes \left(0, {}^{0}\tau, 0\right) = \left(0, {}^{0}\tau, 0\right)\right) \\ \left({}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau}\right) &\Rightarrow \left(\left({}^{-}\tau, {}^{0}\tau, 0\right) \otimes \left({}^{-}\tau, {}^{0}\tau, 0\right) = \left(0, {}^{0}\tau, {}^{+}\tau\right)\right) \\ \left({}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{0}\tilde{\tau}\right) &\Rightarrow \left(\left(0, {}^{0}\tau, {}^{+}\tau\right) \otimes \left(0, {}^{0}\tau, {}^{+}\tau\right) = \left(0, {}^{0}\tau, {}^{+}\tau\right)\right) \\ \left({}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau}\right) &\Rightarrow \left(\left({}^{-}\tau, {}^{0}\tau, 0\right) \otimes \left(0, {}^{0}\tau, {}^{+}\tau\right) = \left({}^{-}\tau, {}^{0}\tau, 0\right)\right) \end{aligned} \tag{3.5}$$

Тэарэма 1. $\left\{\Psi^{\tau}, \otimes\right\}$ мае наступныя ўласцівасці:

(α) замкнёнасць: вынікае з азначэння $\otimes$;

(β) асацыятыўнасць:

$$\begin{aligned} &{}^{-}\tilde{\tau} \otimes \left({}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau}\right) = {}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau}, && \left({}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau}\right) \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau}, \\ &{}^{+}\tilde{\tau} \otimes \left({}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau}\right) = {}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau}, && \left({}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau}\right) \otimes {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau}, \\ &{}^{+}\tilde{\tau} \otimes \left({}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau}\right) = {}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau}, && \left({}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau}\right) \otimes {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau}, \\ &{}^{-}\tilde{\tau} \otimes \left({}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau}\right) = {}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau}, && \left({}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau}\right) \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau}, \\ &{}^{-}\tilde{\tau} \otimes \left({}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau}\right) = {}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau}, && \left({}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau}\right) \otimes {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau}, \\ &{}^{+}\tilde{\tau} \otimes \left({}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau}\right) = {}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau}, && \left({}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau}\right) \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau}. \end{aligned} \tag{3.6}$$

для астатніх злучэнняў (тыпу $\left({}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{0}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau}\right)$ ці $\left({}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau}\right)$ асацыятыўнасць відавочная;

(γ) элемент ${}^{+}\tilde{\tau}$ з'яўляецца адзінкай Ψ^{τ} (левай і правай) па $\otimes$:

$${}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau}, \quad {}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau}, \quad {}^{0}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{0}\tilde{\tau}. \tag{3.7}$$

(δ) элементы ${}^{+}\tilde{\tau}$ і ${}^{-}\tilde{\tau}$ з'яўляюцца адваротнымі да сябе:

$$ {}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau}\,, \quad {}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau} \tag{3.8} $$

(ε) аперацыя ⊗ камутатыўная па азначэнню; такім чынам, мноства $\left\{ {}^{-}\tilde{\tau}, {}^{+}\tilde{\tau} \right\}$ з'яўляецца абелевай групай па ⊗;

(ζ) ${}^{0}\tilde{\tau}$ - ідэмпатэнт:

$$ {}^{0}\tilde{\tau} \otimes {}^{0}\tilde{\tau} = {}^{0}\tilde{\tau}\,. \tag{3.9} $$

(η) ${}^{+}\tilde{\tau}$ - ідэмпатэнт:

$$ {}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau}\,. \tag{3.10} $$

Няхай усе левыя элементы ў дзеянні ⊗ уяўляюць сабой метрычныя характарыстыкі некаторага стану ${}_{\alpha\omega}c_0^{\ell}$ адносна адвольнага эталона ${}_{\lambda\omega}\varepsilon_0^{\ell}(t)$, правыя элементы - іх вагі адносна новага эталона ${}_{\lambda\omega}\varepsilon_0^{\ell}(t')$ - сігналы каардынацыі, вызначаемыя па вагавай функцыі

$$ G_{\alpha/\lambda} : {}_{\lambda\omega}C_0^{\ell} \times {}_{\lambda\omega}H_0^{\ell}(t) \to B_{\alpha/\lambda}^{\ell}, \tag{3.11} $$

а вынік аперацыі - зноў метрычная характарыстыка гэтага ж стану адносна новага эталона.

Тады выпадкі ${}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau}$ і ${}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau}$ дадуць цыклы (замкнуцца) ў выглядзе

$$ {}_{\lambda\omega}\hat{\varphi}_{0tt'}^{\ell} : {}^{-}\tilde{\mu}^{\ell} \times {}^{+}\beta^{\ell}(t') \to {}^{-}\tilde{\mu}^{\ell}, \tag{3.12} $$
$$ {}_{\lambda\omega}\varphi_{0tt'}^{\ell} : {}^{+}\tilde{\mu}^{\ell} \times {}^{+}\beta^{\ell}(t') \to {}^{+}\tilde{\mu}^{\ell}\,. $$

т.ч. вынік застаецца ў межах вобласці дапушчальных рашэнняў той стратэгіі каардынацыі (λ -цыкла), дзе знаходзяцца абодва эталоны ${}_{\lambda\omega}\eta_0^{\ell}(t)$ і ${}_{\lambda\omega}\eta_0^{\ell}(t')$.

Выпадкі

$$
\begin{array}{llll}
\text{(i)} & {}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau}\,, & {}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau}\,; & \\
\text{(ii)} & {}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{0}\tilde{\tau} = {}^{0}\tilde{\tau}\,, & {}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{0}\tilde{\tau} = {}^{0}\tilde{\tau}\,; & \\
\text{(iii)} & {}^{0}\tilde{\tau} \otimes {}^{-}\tilde{\tau} = {}^{0}\tilde{\tau}\,, & {}^{0}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{0}\tilde{\tau}\,, & {}^{0}\tilde{\tau} \otimes {}^{0}\tilde{\tau} = {}^{0}\tilde{\tau}\,;
\end{array}
\tag{3.13}
$$

адносяцца да функцыі ${}_{\alpha\omega}\bar{\hat{\varphi}}_0^{\ell}$. Пры гэтым: у (i) ${}_{\alpha\omega}\bar{\hat{\varphi}}_{0tt'}^{\ell}$ пераводзіць сістэму з адной стратэгіі каардынацыі ў другую; у (ii) ${}_{\alpha\omega}\bar{\hat{\varphi}}_{0tt'}^{\ell}$ выводзіць ${}_{\omega}S_0^{\ell}$ на мяжу слоя выбару; у (iii) ${}_{\alpha\omega}\bar{\hat{\varphi}}_{0tt'}^{\ell}$ пакідае ${}_{\omega}S_0^{\ell}$ на мяжы слоя выбару.

Паколькі ${}^{+}\tilde{\tau}$ і $\left\{ {}^{+}\tilde{\tau},\ {}^{-}\tilde{\tau} \right\}$ з'яўляюцца групамі па ⊗, праграмы, пабудаваныя для функцыі ${}_{\lambda\omega}\bar{\hat{\varphi}}_0^{\ell}$ могуць зацыклівацца. Умова адзнакі і выбару стратэгіі каардынацыі задаецца адносінамі метрычнай характарыстыкі $\tilde{\mu}^{\ell}(T)$ інтэрвала часу на выбраную стратэгію каардынацыі з некаторым эталонам выдаткаў часу.

Пазначым мноства такіх эталонаў сімвалам ${}_T H^{\ell}$, ${}_T H^{\ell} = \left\{{}_T\eta_i^{\ell} : i \in H_{\lambda}^{\ell}\right\}$. Бягучае значэнне эталона ${}_T\hat{\eta}^{\ell}$ з дапушчальнага для дадзенага цыкла мноства $H^{\ell *} \subset H$ вызначаецца на ўзроўні слоя $\alpha-\psi$. Метрычная характарыстыка тады задаецца ў выглядзе:

$$\tilde{\mu}^{\ell}(T) = \beta_{Ti}^{\ell} \cdot {}_T\,\eta^{\ell}, \qquad (3.14)$$

дзе $B_T^{\ell} = \left\{\beta_{Ti}^{\ell} : \beta_{Ti}^{\ell} \in [-1,1] \subset R, i \in I_T^{\ell}\right\}$,
лікавыя значэнні β_{Ti}^{ℓ} азначаюцца атабражэннем

$$G_{\alpha/\eta}^{\ell} : {}_{\omega}C_0^{\ell} \times {}_T H^{\ell} \to B_T^{\ell}. \qquad (3.15)$$

Значэнне $\eta^{\ell}(T)$, якое будзем называць асновай λ-цыкла (стратэгіі каардынацыі), роўна колькасці пераходаў станаў сістэмы ${}_{\omega}S_0^{\ell}$ у працэсе яе арганізацыі ад ${}_{?\omega}c_0^{\ell}$ да ${}_{\alpha\omega}c_0^{\ell}$.

Для кожнага λ-цыкла азначана яго аснова ${}_T\eta^{\ell}$. Калі выбар λ-цыклаў на слаі выбару адбываецца па шкале іх адносін з эталонам ${}_T\hat{\eta}^{\ell}$, то ўнутры λ-цыкла яго аснова ${}_T\eta^{\ell}$ служыць для ўвядзення шкалы на $B_{\alpha/\lambda}^{\ell}$ -мностве вагаў у метрычных характарыстыках станаў ${}_{\omega}c_0^{\ell}$; т.ч. пераходы, заданыя функцыяй

$$_{\lambda\omega}\hat{\varphi}_{0tt'}^{\ell} : M^{\ell} \times B_{\alpha/\lambda tt'}^{\ell} \to M^{\ell} \qquad (3.16)$$

для сістэм у стане ${}_{\alpha\omega}c_0^{\ell}$ выконваюцца ${}_{\alpha}\eta^{\ell}$ разоў (${}_{\alpha}\eta^{\ell} < \eta^{\ell}$), пасля чаго цыкл λ завяршаецца па ўласных умовах. Гэтымі ўмовамі і павінны быць пашыраны аперацыі ${}^{-}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{-}\tilde{\tau}$ і ${}^{+}\tilde{\tau} \otimes {}^{+}\tilde{\tau} = {}^{+}\tilde{\tau}$.

Паколькі ${}^{0}\tilde{\tau}$ таксама з'яўляецца ідэмпатэнтам (тэарэма 1), у выпадку (iii) сістэма зацыкліваецца на мяжы слоя выбару.

Дзеля таго, каб гэтага не атрымалася, неабходна пашырыць мноства Ψ^{τ} і аперацыю ${}^{0}\tilde{\tau} \otimes \tilde{\tau}$.

Гэта можна зрабіць увядзеннем абмежаванняў на самаарганізацыю слоя выбару па ўнутраных паказальніках тыпу асновы ${}_T\eta^{\ell}$, пабудаванай для λ-цыкла.

Акрамя гэтага, неабходны кіруючы сігнал, які можа пераключаць стан слоя выбару (цыкла $\alpha-\psi$). Абазначым яго сімвалам ${}^{?}\tilde{\tau}$, ${}^{?}\tilde{\tau} = \left\{{}^{?-}\tilde{\tau}, {}^{?0}\tilde{\tau}, {}^{?+}\tilde{\tau}\right\}$, дзе

$${}^{?-}\tilde{\tau} = \left({}^{?-}\tau, {}^{?0}\tau, 0\right), \quad {}^{?0}\tilde{\tau} = \left(0, {}^{?0}\tau, 0\right), \quad {}^{?+}\tilde{\tau} = \left(0, {}^{?0}\tau, {}^{?+}\tau\right). \qquad (3.17)$$

Увядзенне ${}^{?}\tilde{\tau}$ у Ψ^{τ} патрабуе давызначэння дзеяння $\otimes$:

$$ {}^{0}\tilde{\tau} \otimes {}^{?-}\tilde{\tau} = {}^{?-}\tilde{\tau}, \quad {}^{0}\tilde{\tau} \otimes {}^{?+}\tilde{\tau} = {}^{?+}\tilde{\tau}, \quad {}^{0}\tilde{\tau} \otimes {}^{?0}\tilde{\tau} = {}^{?0}\tilde{\tau}. \qquad (3.18) $$

З'яўленне ${}^{?}\tilde{\tau}$ пераводзіць Ψ^{τ} у такое ж самае мноства, але з іншымі ўмовамі пераходаў у $\alpha-\psi$.

Для астатніх элементаў Ψ^{τ} вызначаць множанне на ${}^{?}\tilde{\tau}$ не патрабуецца, паколькі ${}^{?}\tilde{\tau}$ пступае толькі ў цыкл $\alpha-\psi$.

Такім чынам, для пашыранага аб'екту $\Psi^{\tau ?} = \left\{ {}^{?}\tilde{\tau},\ {}^{-}\tilde{\tau},\ {}^{0}\tilde{\tau},\ {}^{+}\tilde{\tau} \right\}$ і адпаведным чынам пашыранага дзеяння ${}^{?}\otimes$ справядліва наступнае сцвярджэнне:

аперацыя ${}^{?}\otimes$ прадстаўляе сабой функцыю змены станаў ${}_{\omega}\bar{\hat{\varphi}}_{0}^{\ell}$ у прасторы метрычных характарыстык:

$$ {}_{\omega}\bar{\hat{\varphi}}_{0tt'}^{\ell} : {}_{\alpha\omega}C_{0}^{\ell} / E_{\sigma\mu}^{\ell} \times {}_{\alpha\omega}E_{0tt'}^{\ell} \rightarrow {}_{\alpha\omega}C_{0}^{\ell} / E_{\sigma\mu}^{\ell}. \qquad (3.19) $$

Аналагічныя вынікі для функцый перахода станаў каардынуючага элемента ${}_{o}S_{0}^{\ell}$ і працэса каардынацыі P_{0}^{ℓ} лёгка могуць быць атрыманы па сувязях у $\left(\bar{\rho},\bar{\varphi}\right)_{0}^{\ell}$.

Заўважым, што ў дадзеным выпадку прастора метрычных характарыстык канкрэтызавана толькі на ўзроўні ℓ; міжузроўневыя сувязі з адзінкамі ℓ-1 азначаюцца злучэннем сістэм $\oplus$. Разгледзім гэта дзеянне больш уважліва.

Няхай (+) і (·) - звычайнае паэлементнае складанне ў Ψ^{τ} і множанне элементаў Ψ^{τ} на вектары над R па правілу

$$ r \cdot \tau' = \left(r_1 \cdot \tau', r_2 \cdot \tau', r_3 \cdot \tau'\right), \quad r = \left(r_1, r_2, r_3\right), \quad r_i \in \mathrm{R},\ \overline{i = 1,3}; \qquad (3.20) $$

напрыклад, няхай $\bar{r} = (1,2,1)$, $\tau' = -\tilde{\tau}$, тады

$$ \begin{aligned} &(1,2,1) \cdot \left({}^{-}\tau, {}^{0}\tau, 0\right) = \left({}^{-}\tau, 2 \cdot {}^{0}\tau, 0\right); \\ &{}^{+}\tilde{\tau} + {}^{0}\tilde{\tau} = \left(0, {}^{0}\tau, {}^{+}\tau\right) \cdot \left(0, {}^{0}\tau, 0\right) = \left(0, 2 \cdot {}^{0}\tau, {}^{+}\tau\right). \end{aligned} \qquad (3.21) $$

Сувязь дзеянняў злучэння сістэм з арыфметычнымі дзеяннямі апісваецца наступнай тэарэмай.

Тэарэма 2.

$$ \left(\forall \tilde{\tau}', \tilde{\tau}''\right)\left[\tilde{\tau}', \tilde{\tau}'' \in \Psi^{\tau} \Rightarrow \tilde{\tau}' \oplus \tilde{\tau}'' = \tilde{\tau}' + \tilde{\tau}'' - \tilde{\psi}\left(\tilde{\tau}', \tilde{\tau}''\right)\right], $$

дзе $\tilde{\psi}$ - сістэмная канстанта

$$ \tilde{\psi} = \left\{(0,1/2,0),(1/2,1/2,0),(0,1/2,1/2),(1,1/2,1)\right\}, $$

выбар канкрэтных значэнняў якой вызначаецца функцыяй:

$$
\begin{aligned}
\left(\left(\tilde{\tau}'+\tilde{\tau}''\right)\in\left\{\left({}^{-}\tilde{\tau}+{}^{0}\tilde{\tau}\right),\left({}^{+}\tilde{\tau}+{}^{0}\tilde{\tau}\right),\left({}^{0}\tilde{\tau}+{}^{0}\tilde{\tau}\right)\right\}\right) &\Rightarrow \left[\tilde{\psi}=\left(0,1/2,0\right)\right]\\
\left(\tilde{\tau}'+\tilde{\tau}''={}^{-}\tilde{\tau}+{}^{-}\tilde{\tau}\right) &\Rightarrow \left[\tilde{\psi}=\left(1/2,1/2,0\right)\right]\\
\left(\tilde{\tau}'+\tilde{\tau}''={}^{+}\tilde{\tau}+{}^{+}\tilde{\tau}\right) &\Rightarrow \left[\tilde{\psi}=\left(0,1/2,1/2\right)\right]\\
\left(\tilde{\tau}'+\tilde{\tau}''={}^{-}\tilde{\tau}+{}^{+}\tilde{\tau}\right) &\Rightarrow \left[\tilde{\psi}=\left(1,1/2,1\right)\right]
\end{aligned}
$$

Доказ:

$$
\begin{aligned}
\left({}^{-}\tilde{\tau}\oplus{}^{0}\tilde{\tau}={}^{-}\tilde{\tau}\right) &\Rightarrow \Big[\left({}^{-}\tau,{}^{0}\tau,0\right)+\left(0,{}^{0}\tau,0\right)-\left(0,1/2,0\right)\left(\left({}^{-}\tau,{}^{0}\tau,0\right)+\left(0,{}^{0}\tau,0\right)\right)=\\
&=\left({}^{-}\tau,2\cdot{}^{0}\tau,0\right)-\left(0,1/2,0\right)\left(0,{}^{0}\tau,0\right)=\left({}^{-}\tau,{}^{0}\tau,0\right)={}^{-}\tilde{\tau}\Big]\\
\left({}^{+}\tilde{\tau}\oplus{}^{0}\tilde{\tau}={}^{+}\tilde{\tau}\right) &\Rightarrow \Big[\left(0,{}^{0}\tau,{}^{+}\tau\right)+\left(0,{}^{0}\tau,0\right)-\left(0,1/2,0\right)\left(0,2\cdot{}^{0}\tau,{}^{+}\tau\right)=\\
&=\left(0,2\cdot{}^{0}\tau,{}^{+}\tau\right)-\left(0,{}^{0}\tau,0\right)=\left(0,{}^{0}\tau,{}^{+}\tau\right)={}^{+}\tilde{\tau}\Big]\\
\left({}^{0}\tilde{\tau}\oplus{}^{0}\tilde{\tau}={}^{0}\tilde{\tau}\right) &\Rightarrow \Big[\left(0,{}^{0}\tau,0\right)+\left(0,{}^{0}\tau,0\right)-\left(0,1/2,0\right)\left(0,2\cdot{}^{0}\tau,0\right)=\\
&=\left(0,2\cdot{}^{0}\tau,0\right)-\left(0,{}^{0}\tau,0\right)=\left(0,{}^{0}\tau,0\right)={}^{0}\tilde{\tau}\Big]\\
\left({}^{-}\tilde{\tau}\oplus{}^{-}\tilde{\tau}={}^{-}\tilde{\tau}\right) &\Rightarrow \Big[\left({}^{-}\tau,{}^{0}\tau,0\right)+\left({}^{-}\tau,{}^{0}\tau,0\right)-\left(1/2,1/2,0\right)\left(2\cdot{}^{-}\tau,2\cdot{}^{0}\tau,0\right)=\\
&=\left(2\cdot{}^{-}\tau,2\cdot{}^{0}\tau,0\right)-\left({}^{-}\tau,{}^{0}\tau,0\right)=\left({}^{-}\tau,{}^{0}\tau,0\right)={}^{-}\tilde{\tau}\Big]\\
\left({}^{+}\tilde{\tau}\oplus{}^{+}\tilde{\tau}={}^{+}\tilde{\tau}\right) &\Rightarrow \Big[\left(0,{}^{0}\tau,{}^{+}\tau\right)+\left(0,{}^{0}\tau,{}^{+}\tau\right)-\left(0,1/2,1/2\right)\left(0,2\cdot{}^{0}\tau,2\cdot{}^{+}\tau\right)=\\
&=\left(0,2\cdot{}^{0}\tau,2\cdot{}^{+}\tau\right)-\left(0,{}^{0}\tau,{}^{+}\tau\right)=\left(0,{}^{0}\tau,{}^{+}\tau\right)={}^{+}\tilde{\tau}\Big]\\
\left({}^{-}\tilde{\tau}\oplus{}^{+}\tilde{\tau}={}^{0}\tilde{\tau}\right) &\Rightarrow \Big[\left({}^{-}\tau,{}^{0}\tau,0\right)+\left(0,{}^{0}\tau,{}^{+}\tau\right)-\left(1,1/2,1\right)\left({}^{-}\tau,2\cdot{}^{0}\tau,2\cdot{}^{+}\tau\right)=\\
&=\left({}^{-}\tau,2\cdot{}^{0}\tau,{}^{+}\tau\right)-\left({}^{-}\tau,{}^{0}\tau,{}^{+}\tau\right)=\left(0,{}^{0}\tau,0\right)={}^{0}\tilde{\tau}\Big]
\end{aligned}
$$

Такім чынам, злучэнне $\oplus$ можна замяніць арыфметычнымі дзеяннямі па правілах, прыведзеных у тэарэме 2.

Тэарэма 3. Для дзеянняў $\oplus$ і $\otimes$ у Ψ^{τ} выконваюцца дыстрыбутыўныя законы.

(і) Першы дыстрыбутыўны закон запісваецца у выглядзе:

$$\left(\forall\tilde{\tau}',\tilde{\tau}'',\tilde{\tau}'''\right)\left[\tilde{\tau}',\tilde{\tau}'',\tilde{\tau}'''\in\Psi^{\tau}\Rightarrow\left(\tilde{\tau}'''\otimes\left(\tilde{\tau}'\oplus\tilde{\tau}''\right)=\tilde{\tau}'''\otimes\tilde{\tau}'\oplus\tilde{\tau}'''\otimes\tilde{\tau}''\right)\right]. \quad (3.22)$$

Для яго доказу разгледзім наступныя выпадкі:

(*а*) Калі $\tilde{\tau}'''$ - нейтральны элемент, г.з. $\tilde{\tau}'''={}^{0}\tilde{\tau}$, тады

$${}^{0}\tilde{\tau}\otimes\left(\tilde{\tau}'\oplus\tilde{\tau}''\right)={}^{0}\tilde{\tau}\otimes\tilde{\tau}'\oplus{}^{0}\tilde{\tau}\otimes\tilde{\tau}''={}^{0}\tilde{\tau}. \quad (3.23)$$

(*б*) Няхай $\tilde{\tau}'''$ - арыентаваны элемент (${}^{+}\tilde{\tau}$ ці ${}^{-}\tilde{\tau}$). Адносна $\tilde{\tau}'$ і $\tilde{\tau}''$ магчымы наступныя сітуацыі:

(*б1*) $\tilde{\tau}'$ і $\tilde{\tau}''$ маюць розную арыентацыю. Тады ў левай частцы выразу першага дыстрыбутыўнага закона атрымаем:

$$\tilde{\tau}'''\otimes\left(\tilde{\tau}'\oplus\tilde{\tau}''\right)=\tilde{\tau}'''\otimes{}^{0}\tilde{\tau}={}^{0}\tilde{\tau}. \tag{3.24}$$

У правай частцы множанне на $\tilde{\tau}'''$ або зменіць арыентацыю абодвух аб'ектаў $\tilde{\tau}'$ і $\tilde{\tau}''$ на супрацьлеглую (калі $\tilde{\tau}'''={}^{-}\tilde{\tau}$), або пакіне яе без змены (калі $\tilde{\tau}'''={}^{+}\tilde{\tau}$). У абодвух выпадках вынік правай часткі будзе роўны ${}^{0}\tilde{\tau}$.

(*б2*) Няхай адзін з аб'ектаў $\tilde{\tau}'$ або $\tilde{\tau}''$ арыентаваны, а другі нейтральны, напрыклад, хай $\tilde{\tau}''={}^{0}\tilde{\tau}$, тады ў левай частцы атрымаем:

$$\tilde{\tau}'''\otimes\left(\tilde{\tau}'\oplus\tilde{\tau}''\right)=\tilde{\tau}'''\otimes\left(\tilde{\tau}'\oplus{}^{0}\tilde{\tau}\right)=\tilde{\tau}'''\otimes\tilde{\tau}', \tag{3.25}$$

у правай частцы -

$$\tilde{\tau}'''\otimes\tilde{\tau}'\oplus\tilde{\tau}'''\otimes\tilde{\tau}''=\tilde{\tau}'''\otimes\tilde{\tau}'\oplus{}^{0}\tilde{\tau}=\tilde{\tau}'''\otimes\tilde{\tau}'. \tag{3.26}$$

(*б3*) Калі $\tilde{\tau}'$ і $\tilde{\tau}''$ арыентаваны аднолькава, то ў левай частцы атрымаем:

$$\tilde{\tau}'''\otimes\left(\tilde{\tau}'\oplus\tilde{\tau}''\right)=\tilde{\tau}'''\otimes\tilde{\tau}'\oplus\tilde{\tau}'''\otimes\tilde{\tau}'', \tag{3.27}$$

у правай частцы -

$$\tilde{\tau}'''\otimes\tilde{\tau}'\oplus\tilde{\tau}'''\otimes\tilde{\tau}''=\tilde{\tau}'''\otimes\tilde{\tau}'\oplus\tilde{\tau}'''\otimes\tilde{\tau}''. \tag{3.28}$$

Такім чынам, першы дыстрыбутыўны закон справядлівы.

(ii) Другі дыстрыбутыўны закон задаецца выразам:

$$\left(\forall\tilde{\tau}',\tilde{\tau}'',\tilde{\tau}'''\right)\left[\tilde{\tau}',\tilde{\tau}'',\tilde{\tau}'''\in\Psi^{\tau}\Rightarrow\left(\left(\tilde{\tau}'\oplus\tilde{\tau}''\right)\otimes\tilde{\tau}'''=\tilde{\tau}'\otimes\tilde{\tau}'''\oplus\tilde{\tau}''\otimes\tilde{\tau}'''\right)\right]. \tag{3.29}$$

Доказ ягонай справядлівасці адразу вынікае з камутатыўнасці дзеяння $\otimes$, паколькі

$$\begin{gathered}\left(\tilde{\tau}'\oplus\tilde{\tau}''\right)\otimes\tilde{\tau}'''=\tilde{\tau}'''\otimes\left(\tilde{\tau}'\oplus\tilde{\tau}''\right),\\ \tilde{\tau}'\otimes\tilde{\tau}'''\oplus\tilde{\tau}''\otimes\tilde{\tau}'''=\tilde{\tau}'''\otimes\tilde{\tau}'\oplus\tilde{\tau}'''\otimes\tilde{\tau}'',\end{gathered} \tag{3.30}$$

адкуль прыходзім да першага дыстрыбутыўнага закону.

Выкананне дыстрыбутыўных законаў дазваляе зрабіць высновы аб правілах прымянення абодвух дзеянняў. Пры гэтым не мае значэння паслядоўнасць іх выканання. Калі спачатку злучыць сістэмы S_1^{ℓ} і S_2^{ℓ} у адну сістэму S^{ℓ} (ці разбурыць абедзве, калі яны рознаарыентаваныя), а потым змяніць іх станы дзеяннем $\otimes$ (якое часткова вызначае функцыю змены станаў ${}_{\alpha\omega}\bar{\hat{\varphi}}_0^{\ell}$) або спачатку змяніць іх станы, два разы прымяніўшы дзеянне $\otimes$, а затым злучыць атрыманыя сістэмы - вынік будзе аднолькавым.

Гэтыя ўласцівасці разам з уласцівасцямі камутатыўнасці $\oplus$ і $\otimes$, неасацыятыўнасці $\oplus$, ідэмпатэнтнасці ${}^{+}\tilde{\tau}$ і ${}^{0}\tilde{\tau}$ па $\otimes$ і ўсіх элементаў Ψ^{τ} па $\oplus$, стварэння групы з ${}^{+}\tilde{\tau}$ і ${}^{-}\tilde{\tau}$ па $\otimes$, правіламі сувязі $\oplus$ з арыфметычнымі дзеяннямі, правіламі пашырэння $\otimes$ да ${}_{\alpha\omega}\bar{\hat{\varphi}}_0^{\ell}$ у прасторы метрычных характарыстык, азначаюць, у прыватнасці, спосабы праграмнай рэалізацыі разглядаемай тэорыі і кантролю правільнасці прымянення ўведзеных аперацый.

Напрыклад, камутатыўнасць дазваляе ставіць аперанды на любое месца ў выразе дзеяння, неасацыятыўнасць патрабуе ўзгодненасці праграмы з сітуацыяй, якая імітуецца (дакладнага паўтарэння ў ёй паслядоўнасці падпрацэсаў, якія адбываюцца ў рэчаіснасці), ідэмпатэнтнасць па $\otimes$ указвае сітуацыі зацыклівання, правілы сувязі з арыфметычнымі дзеяннямі дазваляюць ужываць любую сучасную мову праграмавання і т.д.

3.2. Механізм развіцця сістэм ва ўмовах росту

Разгледзім зараз выпадак злучэння сістэм S_1^ℓ і S_2^ℓ, калі абедзве застаюцца ў новай сістэме S^ℓ.

Нагадаем, што аб'ект ${}^0\widetilde{\tau} = (0,{}^0\tau,0)$ уключае межы цыклаў λ і α-ψ і можа быць дэкампазіраваны на два ўзроўні - узровень ℓ-2, які адказвае мяжы цыклаў α-ψ, і прыхіляючыяся да яго злева і справа ўзроўні ℓ-1 для межаў цыклаў λ, т.ч. ${}^0\widetilde{\tau}$ магчыма прадставіць у выглядзе

$$ {}^0\widetilde{\tau} = (0,({}^{-0}\tau,{}^{00}\tau,{}^{+0}\tau),0). \qquad (3.31) $$

Такое прадстаўленне выклікае адпаведную дэкампазіцыю ψ^τ (будзем цяпер пакідаць у яго індэкс ℓ):

$$ \psi^{\ell\tau} = ({}^-\widetilde{\tau},{}^{-0}\widetilde{\tau},{}^{00}\widetilde{\tau},{}^{+0}\widetilde{\tau},{}^+\widetilde{\tau}), \qquad (3.32) $$

элементы якога тады запішуцца наступным чынам:

$$ \begin{aligned} {}^-\widetilde{\tau}^\ell &= ({}^-\tau^\ell,{}^{-0}\tau^\ell,{}^{00}\tau^\ell,0,0) \\ {}^{-0}\widetilde{\tau}^\ell &= (0,{}^{-0}\tau^\ell,{}^{00}\tau^\ell,0,0) \\ {}^{00}\widetilde{\tau}^\ell &= (0,\ 0,{}^{00}\tau^\ell,\ 0,\ 0) \\ {}^{+0}\widetilde{\tau}^\ell &= (0,0,{}^{00}\tau^\ell,{}^{+0}\tau^\ell,0) \\ {}^+\widetilde{\tau}^\ell &= (0,0,{}^{00}\tau^\ell,{}^{+0}\tau^\ell,{}^+\tau^\ell). \end{aligned} \qquad (3.33) $$

$\psi^{\ell\tau}$ утрымлівае таксама шэраг іншых элементаў, але паколькі іх прысутнасць не адбіваецца на асноўных выніках для выпадку росту, $\psi^{\ell\tau}$ будзем пакуль разглядаць у прыведзеным запісу.

Элементы з $\psi^{\ell\tau}$ ставяцца ў адпаведнасць станам $c^\ell \in C^\ell$ сістэмы S^ℓ наступным чынам:

$$(\forall c^{\ell} \in C^{\ell})\left[(c^{\ell} =_{?} c^{\ell} \Rightarrow c^{\ell} = {}^{00}\tilde{\tau}^{\ell})\&\right.$$
$$\&(c^{\ell} =_{\beta} c^{\ell} \Rightarrow c^{\ell} = {}^{-0}\tilde{\tau}^{\ell} \vee c^{\ell} = {}^{+0}\tilde{\tau}^{\ell})\&$$
$$\left.\&(c^{\ell} =_{\alpha} c^{\ell} \Rightarrow c^{\ell} = {}^{-}\tilde{\tau}^{\ell} \vee c^{\ell} = {}^{+}\tilde{\tau}^{\ell})\right]. \quad (3.34)$$

Для сістэм $S^{\ell+1}$ і $S^{\ell+2}$ існуюць уласныя аб'екты $\psi^{(\ell+1)\tau}$ і $\psi^{(\ell+2)\tau}$, якія супадаюць з $\psi^{\ell\tau}$ з дакладнасцю да індэкса ℓ:

$$\psi^{(\ell+1)\tau} = \{{}^{-}\tilde{\tau}^{\ell+1}, {}^{-0}\tilde{\tau}^{\ell+1}, {}^{00}\tilde{\tau}^{\ell+1}, {}^{+0}\tilde{\tau}^{\ell+1}, {}^{+}\tilde{\tau}^{\ell+1}\} \quad (3.35)$$
$$\psi^{(\ell+2)\tau} = \{{}^{-}\tilde{\tau}^{\ell+2}, {}^{-0}\tilde{\tau}^{\ell+2}, {}^{00}\tilde{\tau}^{\ell+2}, {}^{+0}\tilde{\tau}^{\ell+2}, {}^{+}\tilde{\tau}^{\ell+2}\}.$$

Па азначэнню, структура $\sigma^{\ell+1}$ любой сістэмы $S^{\ell+1}$ уключае эшалон $\overline{S}^{\ell} = \{S_i^{\ell} : i \in I^{\ell+1}\}$ сістэм узроўня ℓ. Такім чынам, кожны элемент $\tilde{\tau}^{(\ell+1)'} \in \psi^{(\ell+1)\tau}$ можа быць дэкампазіраваны на $m^{\ell+1}$ элементаў ўзроўня ℓ, дзе $m^{\ell+1}$ - магутнасць мноства $I^{\ell+1}$:

$$(\forall \tilde{\tau}^{(\ell+1)'} \in \psi^{(\ell+1)\tau}) \Rightarrow (\tilde{\tau}^{(\ell+1)'} \supset \overline{\tilde{\tau}}^{\ell} = \{\tilde{\tau}_i^{\ell} : i \in I^{\ell+1}\}). \quad (3.36)$$

Аналагічную уласцівасць маюць аб'екты $\tilde{\tau}^{(\ell+2)'} \in \psi^{(\ell+2)\tau}$.

Адсюль і з закону $(\overline{\rho}, \overline{\varphi})_0^{\ell}$ вынікае справядлівасць тэарэмы:

Тэарэма 4. Для аб'екта $\psi^{\ell\tau}$ любога ўзроўня $\ell \in L$ заўсёды знойдуцца аб'екты $\psi^{(\ell+1)\tau}$ і $\psi^{(\ell+2)\tau}$, элементамі якіх ён з'яўляецца:

$$(\forall \ell \in L)(\exists \psi^{\ell\tau}) \Rightarrow (\exists \psi^{(\ell+1)\tau}, \psi^{(\ell+2)\tau})[\psi^{\ell\tau} \subset \{{}^{-0}\tilde{\tau}^{\ell+1}, {}^{00}\tilde{\tau}^{\ell+1}, {}^{+0}\tilde{\tau}^{\ell+1}\}\&$$
$$\&(\psi^{\ell\tau} \subset \{{}^{00}\tilde{\tau}^{\ell+1}\})\&$$
$$\&(\psi^{\ell\tau} \supset \{{}^{-0}\tilde{\tau}^{\ell+1}, {}^{00}\tilde{\tau}^{\ell+1}, {}^{+0}\tilde{\tau}^{\ell+1}\} \big| \tau_i^{\ell'} \,\&\, i \in I^{\ell+1})\&$$
$$\&(\psi^{\ell\tau} \supset \{{}^{00}\tilde{\tau}^{\ell+1}\} \big| \tau_i^{(\ell+1)'} \,\&\, i \in I^{\ell+2})].$$

Дзеянне множання $\otimes$ для прыведзенай канструкцыі аб'екта $\psi^{\ell\tau}$ любога ўзроўня $\ell \in L$ выглядае наступным чынам (табл.3.1):

Табліца 3.1

Дзеянне множання ⊗ ва ўмовах росту

$\otimes$	${}^{-}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{-0}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{00}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{+0}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{+}\widetilde{\tau}^{\ell}$
${}^{-}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{+}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{+0}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{00}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{-0}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{-}\widetilde{\tau}^{\ell}$
${}^{-0}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{+0}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{+0}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{00}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{-0}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{-0}\widetilde{\tau}^{\ell}$
${}^{00}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{00}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{00}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{00}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{00}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{00}\widetilde{\tau}^{\ell}$
${}^{+0}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{-0}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{-0}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{00}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{+0}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{+0}\widetilde{\tau}^{\ell}$
${}^{+}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{-}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{-0}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{00}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{+0}\widetilde{\tau}^{\ell}$	${}^{+}\widetilde{\tau}^{\ell}$

Дзеянне злучэння сістэм ва ўмовах росту ⊕, у адрозненне ад аналагічнага ва ўмовах раўнавагі, не выкідае з S^{ℓ} злучаемыя з ёй сістэмы, т.ч. усе аб'екты за рысай у азначэнні ⊕ для ўмоў раўнавагі цяпер належаць S^{ℓ}:

$$(\forall \widetilde{\tau}^{\ell''} \in \psi^{\ell\tau}) \Rightarrow [(\widetilde{\tau}^{\ell'} \in S^{\ell}) \Rightarrow (\widetilde{\tau}^{\ell'} \oplus \widetilde{\tau}^{\ell''} \in S^{\ell})]. \qquad (3.37)$$

Для сувязі атрыманага дзеяння з арыфметычнымі ў выразе

$$\widetilde{\tau}^{\ell'} \oplus \widetilde{\tau}^{\ell''} = \widetilde{\tau}^{\ell'} + \widetilde{\tau}^{\ell''} - \psi^{\ell}(\widetilde{\tau}^{\ell'} + \widetilde{\tau}^{\ell''}) \qquad (3.38)$$

дастаткова азначыць сістэмную канстанту $\widetilde{\psi}^{\ell} = (0{,}0{,}0{,}0{,}0)$ для любых набораў $(\widetilde{\tau}^{\ell'}, \widetilde{\tau}^{\ell''})(\widetilde{\tau}^{\ell'}, \widetilde{\tau}^{\ell''} \in \widetilde{\psi}^{\ell\tau})$.

Няхай T - дыскрэтнае мноства момантаў часу і для злучэння з S^{ℓ} даступны ўсе аб'екты з мноства $\widetilde{\widetilde{\tau}}^{\ell} = \{\widetilde{\tau}_i^{\ell} : i \in I^{\ell+1}\}$, якое адпавядае эшалону $\bar{S}^{\ell} = \{S_i^{\ell} : i \in I^{\ell+1}\}$ падсістэм сістэмы $S^{\ell+1}$.

Тады, паколькі $I^{\ell+1}$ - канечнае мноства, знойдзецца $t \in T$, такое, што ўсе элементы з $\widetilde{\widetilde{\tau}}^{\ell}$ у момант t апынуцца злучанымі з S^{ℓ}, адкуль

$$S^{\ell} \supset \widetilde{\widetilde{\tau}}^{\ell} \Rightarrow S^{\ell} \supset S^{\ell+1}. \qquad (3.39)$$

Другое ўключэнне вынікае з таго, што ў дадзеным выпадку ўсе падсістэмы сістэмы $S^{\ell+1}$ аказваюцца ў сістэме $S^{\ell} \subset S^{\ell+1}$; іх узаемадзеянні маюць узровень ℓ, т.ч. атрыманая сістэма $S^{\ell+1}$ знаходзіцца ў стане найбольш высокай арганізаванасці ${}_{\alpha}c^{\ell+1} \in_{\alpha} C^{\ell+1}$(нагадаем, што пераходы ў цыклах α-ψ адбываюцца ў станах ${}_{\alpha}c^{\ell} \in_{\alpha} C^{\ell}$).

Працяг працэса злучэння S^{ℓ} з другімі сістэмамі ўзроўня ℓ+1 з $S^{\ell+2}$ можа прывесці да сітуацыі, калі $S^{\ell} = S^{\ell+2}$ і т.д.

Выхад з дадзенага працэса, у адпаведнасці з табліцай множання ⊗, адбываецца множаннем на любы з гранічных аб'ектаў таго ўзроўня, на якім у момант $t \in T$ знаходзіцца S^{ℓ}.

Няхай $S^{\ell} = S^{\ell+1}$. Тады яна можа быць прадстаўлена аб'ектам ${}^{-}\tilde{\tau}^{\ell+1}$ ці ${}^{+}\tilde{\tau}^{\ell+1}$. Множанне такіх аб'ектаў на гранічныя элементы дазваляе атрымаць сістэму $S^{\ell+1}$ у стане менш высокай арганізаванасці ${}_{\beta}C^{\ell+1}$ ці ${}_{?}C^{\ell+1}$, калі яе падсістэмы ўзаемадзейнічаюць слабей і не знаходзяцца ў аб'ёме адной сістэмы S^{ℓ}:

$$\begin{aligned}
&{}^{+0}\tilde{\tau}^{\ell+1}\otimes{}^{-}\tilde{\tau}^{\ell+1}={}^{-0}\tilde{\tau}^{\ell+1}, \qquad {}^{-0}\tilde{\tau}^{\ell+1}\otimes{}^{-}\tilde{\tau}^{\ell+1}={}^{+0}\tilde{\tau}^{\ell+1},\\
&{}^{+0}\tilde{\tau}^{\ell+1}\otimes{}^{+}\tilde{\tau}^{\ell+1}={}^{+0}\tilde{\tau}^{\ell+1}, \qquad {}^{-0}\tilde{\tau}^{\ell+1}\otimes{}^{+}\tilde{\tau}^{\ell+1}={}^{-0}\tilde{\tau}^{\ell+1},\\
&{}^{00}\tilde{\tau}^{\ell+1}\otimes{}^{-}\tilde{\tau}^{\ell+1}={}^{00}\tilde{\tau}^{\ell+1}\otimes{}^{+}\tilde{\tau}^{\ell+1}={}^{00}\tilde{\tau}^{\ell+1}.
\end{aligned} \tag{3.40}$$

Спыненне росту сістэмы S^{ℓ} і паніжэнне ўзроўня яе арганізаванасці са стану ${}_{\alpha}C^{\ell}={}_{\alpha}C^{\ell+1}$ у станы ${}_{\beta}C^{\ell+1}$ ці ${}_{?}C^{\ell+1}$ адносіцца да знікнення сістэмы S^{ℓ} і з'яўлення эшалона падсістэм сістэмы $S^{\ell+1}$, на гэты раз узнікаючай у самастойным варыянце.

Для пераходу ў стан ${}_{\beta}C^{\ell}$ ці ${}_{?}C^{\ell}$ неабходна выканаць дзеянні злучэння сістэм ⊕. Паколькі сувязі сістэм самі з'яўляюцца сістэмамі, то для разбурэння S^{ℓ} сувязям у ёй павінны адпавядаць супрацьлегла арыентаваныя сістэмы.

Паралель паміж дзеяннем ⊕ і арыфметычнымі аперацыямі дазваляе імітаваць працэсы злучэння сістэм вядомымі спосабамі.

У прыватнасці, выпадку росту сістэм адказвае значэнне сістэмнай канстанты $\tilde{\psi}^{\ell} = (0,0,0,0,0)$ у выразе

$$\tilde{\tau}^{\ell'} \oplus \tilde{\tau}^{\ell''} = \tilde{\tau}^{\ell'} + \tilde{\tau}^{\ell''} - \psi^{\ell}(\tilde{\tau}^{\ell'} + \tilde{\tau}^{\ell''}), \tag{3.41}$$

раўнавагі - значэнні $\tilde{\psi}^{\ell}$, вызначаныя ў тэарэме 2. Па спосабу ўстанаўлення значэнняў $\tilde{\psi}^{\ell}$, які акрэслены у доказе тэарэмы 2, можна пабудаваць набор сістэмных канстант $\{\tilde{\psi}^{\ell}\} \subset \Psi^{\ell}$ для любога іншага варыянта дзеяння ⊕ (для любога іншага механізма развіцця).

Кіраванне механізмам развіцця адбываецца заменай бягучага значэння сістэмнай канстанты $\tilde{\psi}^{\ell}$ на патрабуемае і выбарам неабходных элементаў для змены станаў; змены станаў выконваюцца множаннем або паўтарэннем неабходную колькасць разоў дзеяння злучэння з прыдатнымі сістэмамі.

Няхай ${}_{\tilde{\psi}}R$ - атабражэнне, якое кожнаму механізму развіцця σ^{ℓ} (кожнаму варыянту дзеяння ⊕) ставіць ў адпаведнасць вызначаны (акрэслены) набор

$\{\widetilde{\psi}^{\ell}\}\subset\Psi^{\ell}$. Тады можна ўвесці мноства класаў эквівалентнасці ў $\widetilde{\Sigma}^{\ell}$ - па характару механізма развіцця структур.

Азначэнне. Прасторай структур $\Sigma^{\ell}_{\widetilde{\psi}}$ сістэмы S^{ℓ} па характару механізма развіцця называецца фактармноства $E^{\ell}_{\widetilde{\psi}}=\widetilde{\Sigma}^{\ell}\Big|E^{\ell}_{\sigma\widetilde{\psi}}$, дзе $E^{\ell}_{\sigma\widetilde{\psi}}$ - адносіны эквівалентнасці на $\widetilde{\Sigma}^{\ell}\times\widetilde{\Sigma}^{\ell}$:

$$(\forall\sigma^{\ell},\widehat{\sigma}^{\ell})(\sigma^{\ell},\widehat{\sigma}^{\ell}\in\widetilde{\Sigma}^{\ell})[(\sigma^{\ell},\widehat{\sigma}^{\ell}\in E^{\ell}_{\sigma\widetilde{\psi}})\Leftrightarrow_{\widetilde{\psi}}R(\sigma^{\ell})=_{\widetilde{\psi}}R(\widehat{\sigma}^{\ell})] \tag{3.42}$$

3.3. Узоры паводзін сістэм у розных умовах

Разгледзім некалькі прыкладаў сувязей атрыманых вынікаў з вядомымі.

(*а*) Прыкладам апісання развіцця сістэмы ва ўмовах раўнавагі (*) з'яўляюцца тэарэтыка-множныя аперацыі.

У адрозненне ад (*), у тэарэтыка-множных аперацыях пустое мноства (якое з'яўляецца элементам любога іншага) не разглядаецца як стан болей нізкай арганізаванасці і далей не дзеліцца. Элементы мностваў таксама лічацца недзялімымі. Тэарэтыка-множныя аперацыі імітуюць, такім чынам, адзіны варыянт механізма развіцця сістэмы (выпадак (*)) і толькі ў межах аднаго ўзроўня. Дзяленне сістэм у апісаным вышэй сэнсе ў рамках гэтага апарату немагчыма.

(*б*) Другім прыкладам, які апісвае паводзіны ва ўмовах росту, з'яўляюцца лінейныя прасторы і поле сапраўдных лікаў.

Няхай $\widetilde{\psi}=(0,0,0)$ для ўсіх набораў $(\widetilde{\tau}',\widetilde{\tau}'')(\widetilde{\tau}',\widetilde{\tau}''\in\psi^{\tau})$.

Нагадаем, што ўсе аб'екты ${}^{-}\widetilde{\tau},{}^{0}\widetilde{\tau},{}^{+}\widetilde{\tau}$ з ψ^{τ} з'яўляюцца групамі па $\oplus$, якая ў дадзеным выпадку запісваецца ў выглядзе:

$$\widetilde{\tau}'\oplus\widetilde{\tau}''=\widetilde{\tau}'+\widetilde{\tau}''. \tag{3.43}$$

Такім чынам, задаўшы множанне аб'ектаў з ψ^{τ} на лікі $r\in\mathbf{R}$, атрымаем лінейныя прасторы ${}^{-}Br$, ${}^{0}Br$, ${}^{+}Br$ над полем **R**, такія што

$$\begin{aligned}
&(\forall{}^{-}\beta r\in{}^{-}Br)\Rightarrow[{}^{-}\beta r=({}^{-}r\cdot{}^{-}\tau,\ {}^{0}r\cdot{}^{0}\tau,\ 0)]\\
&(\forall{}^{0}\beta r\in{}^{0}Br)\Rightarrow[{}^{0}\beta r=(\ 0,\ {}^{0}r\cdot{}^{0}\tau,\ 0)]\\
&(\forall{}^{+}\beta r\in{}^{+}Br)\Rightarrow[{}^{+}\beta r=(\ 0,\ {}^{0}r\cdot{}^{0}\tau,{}^{+}r\cdot{}^{+}\tau)]
\end{aligned} \tag{3.44}$$

Няхай $\dim({}^{0}Br)=0$, тады ψ^{τ} - плоскасць, ${}^{-}Br$ і ${}^{+}Br$ - прамыя.

Пры гэтым у кожнай прамой утрымліваецца выява другой прамой, супрацьлегла арыентаваная да сваёй правыявы. Можна лёгка паказаць, што дзеянне $\otimes$ з'яўляецца групавым у кожным з ${}^{-}Br$ і ${}^{+}Br$ і звязана з $\oplus$ для дадзенага варыянта (росту) дыстрыбутыўнымі законамі, т.ч. ${}^{-}Br$ і ${}^{+}Br$ з'яўляюцца палямі.

Множанне лікаў $r\geq 1$ на лікі $r<1$ імітуе множанне на гранічны элемент, набліжаючы вынік да пачатку каардынат.

Калі $\dim({}^{0}Br)=1$, ${}^{-}Br$ і ${}^{+}Br$ - плоскасці, ψ^{τ} - трохмерная прастора.

Дзяленне лінейных прастор і поля **R** на такія самыя аб'екты ў рамках разглядаемай тэорыі немагчыма; сістэмы, якія апісаны ў яе тэрмінах, валодаюць здольнасцю неабмежаванага росту, аж да ∞.

(*в*) Зніжэнне ўзроўня ${}^{0}\widetilde{\tau}=(0,({}^{-0}\tau,{}^{00}\tau,{}^{+0}\tau),0)$ дазваляе замест ${}^{0}Br$ увесці прасторы ${}^{-0}Br,\ {}^{00}Br,\ {}^{+0}Br$, пасля чаго адзін з варыянтаў дзялення ψ^{τ} атрымліваецца ў выглядзе мноства $B\overline{r}=\{{}^{-}Br,{}^{-0}Br,\ {}^{00}Br,\ {}^{+0}Br,{}^{+}Br\}$ прастораў, элементы якіх прадстаўляюцца ў выглядзе

$$
\begin{aligned}
&(\forall{}^{-}\beta r\in{}^{-}Br)\Rightarrow[{}^{-}\beta r=({}^{-}r\cdot{}^{-}\tau,\ {}^{-0}r\cdot{}^{-0}\tau,\ {}^{00}r\cdot{}^{00}\tau,\ 0,\ 0)]\\
&(\forall{}^{-0}\beta r\in{}^{-0}Br)\Rightarrow[{}^{-0}\beta r=(\ 0,\ {}^{-0}r\cdot{}^{-0}\tau,\ {}^{00}r\cdot{}^{00}\tau,\ 0,\ 0)]\\
&(\forall{}^{00}\beta r\in{}^{00}Br)\Rightarrow[{}^{00}\beta r=(\ 0,\ 0,\ {}^{00}r\cdot{}^{00}\tau,\ 0,\ 0)]\\
&(\forall{}^{+0}\beta r\in{}^{+0}Br)\Rightarrow[{}^{+0}\beta r=(0,0,{}^{-0}r\cdot{}^{-0}\tau,\ {}^{00}r\cdot{}^{00}\tau,\ 0)]\\
&(\forall{}^{+}\beta r\in{}^{+}Br)\Rightarrow[{}^{+}\beta r=(0,0,{}^{-0}r\cdot{}^{-0}\tau,\ {}^{00}r\cdot{}^{00}\tau,\ {}^{+}r\cdot{}^{+}\tau)].
\end{aligned}
\tag{3.45}
$$

Няхай $\dim({}^{00}Br)=0$, тады $\dim({}^{-}Br)=\dim({}^{+}Br)=2$, т.ч. атрыманы две плоскасці, якія перасякаюцца аналагічна камплексным пласкасцям па кропцы.

У кожнай з гэтых пласкасцей адлюстравана і дадатна і адмоўна арыентаваная вобласць, але дадатны квадрант ${}^{+}Br$ супадае пры накладанні з квадрантам таго ж назначэння ў ${}^{-}Br$ (са сваім адмоўным квадрантам), што адказвае супрацьлеглай арыентацыі ў ${}^{+}Br$ і ${}^{-}Br$.

Пакладзём для элементаў ${}^{+}\beta r$ прасторы ${}^{+}Br$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Im}({}^{+}\beta r)&=(0,\ 0,\ 0,\ {}^{+0}r\cdot{}^{+0}\tau,0),\\
\mathrm{Re}({}^{+}\beta r)&=(0,\ 0,0,\ 0,\ {}^{+}r\cdot{}^{+}\tau),
\end{aligned}
\tag{3.46}
$$

тады любая кропка з ${}^{+}Br$ прадстаўляецца ў выглядзе

$$
{}^{+}\beta r=\mathrm{Re}({}^{+}\beta r)+\mathrm{Im}({}^{+}\beta r).
\tag{3.47}
$$

Аналагічна

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Im}({}^{-}\beta r)&=(\ 0,{}^{-0}r\cdot{}^{-0}\tau,\ 0,\ 0,\ 0),\\
\mathrm{Re}({}^{-}\beta r)&=({}^{-}r\cdot{}^{-}\tau,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0),\\
{}^{-}\beta r&=\mathrm{Re}({}^{-}\beta r)+\mathrm{Im}({}^{-}\beta r).
\end{aligned}
\tag{3.48}
$$

Складанне і множанне ў атрыманых аб'ектах вызначаюцца па правілах, прынятых у полі камплексных лікаў **C**.

Дзеянне злучэння $\oplus$ у ^{+}Br і ^{-}Br супадае са складаннем камплексных лікаў і апісвае не толькі неабмежаваны рост сістэм, але і суадносіны ў іх колькасці арыентаваных і неарыентаваных аб'ектаў.

Множанне камплексных лікаў на сапраўдныя супадае з дзеяннем $\otimes$.

Множанне камплексных лікаў між сабой, у прыватнасці, множанне ўяўных (мнімых) лікаў выходзіць за рамкі магчымасцей дзеяння $\otimes$ у яго першапачатковым азначэнні. Менавіта, множанне

$$\begin{aligned} \mathrm{Im}(^{+}\beta r)\cdot(^{+}\beta r) &= -\mathrm{Re}(^{+}\beta r) \\ \mathrm{Im}(^{-}\beta r)\cdot(^{-}\beta r) &= -\mathrm{Re}(^{-}\beta r) \end{aligned} \tag{3.49}$$

адпавядае магчымасці звароту з мяжы ў арыентаваныя вобласці (са зменай арыентацыі).

Такім чынам, множанне ўяўных лікаў імітуе тыя ўласцівасці дзеяння змены станаў у цыклах λ і $\alpha-\psi$-самаарганізаванасці, якія ў $\otimes$ спатрэбілася давызначаць (напрыклад, увядзеннем аб'екта $^{?}\widetilde{\tau}$). Множанне камплексных лікаў дазваляе, такім чынам, выконваць пераходы праз станы з нізкім узроўнем арганізаванасці.

Няхай усе правыя элементы ў $\otimes$ адносяцца да метрычных характарыстык $\overline{\mu}_t^{\ell t} \in \mathrm{M}^{\ell}$ $(t \in T)$, усе левыя - да іх новых вагаў $\beta_t^{\ell} \in \mathrm{B}^{\ell}$, а вынік - зноў метрычная характарыстыка μ_t^{ℓ} .

Тады $\{\otimes,\oplus\}$ у ^{+}Br і ^{-}Br прадстаўляе сабой функцыю двух камплексных зменных μ^{ℓ} і β^{ℓ} (пры фіксаваным значэнні Im у аднаго з іх - функцыю адной камплекснай зменнай) або многіх камплексных зменных - у залежнасці ад канструкцыі вобласці эталонных станаў $_{\alpha}C^{\ell}$.

Аб'ект $^{00}\beta r$ у гэтым выпадку з'яўляецца лагарыфмічнай кропкай асаблівасці пры атсутнасці абмежаванняў тыпу $_{?}\eta^{\ell}$ або сігналаў $^{?}\widetilde{\beta}^{\ell}$, уключэнне якіх ператварае $^{00}\beta r$ ва ўстаранімую асаблівасць парадку $_{?}\eta^{\ell}$.

Такім чынам, у **C**, у адрозненне ад **R**, можна, таксама як і вектарным здабыткам у трохмернай прасторы, выходзіць з межаў, але дзяленне з павышэннем узроўню тут невыканальна.

Дзеянне множання кватэрніонаў у чатырохмерных аб'ектах $^{+}\overline{B}r$ і $^{-}\overline{B}r$, якія ўключаюць выявы адзін аднаго і такія, што

$$\begin{aligned} &(\forall^{-}\overline{\beta}r \in {}^{-}Br) \Rightarrow [^{-}\overline{\beta}r = (^{-}r\cdot{}^{-}\tau,\ ^{-0}r\cdot{}^{-0}\tau,\ ^{00}r\cdot{}^{00}\tau,\ ^{+0}r\cdot{}^{+0}\tau, 0)], \\ &(\forall^{+}\overline{\beta}r \in {}^{+}Br) \Rightarrow [^{+}\overline{\beta}r = (0,\ ^{-0}r\cdot{}^{-0}\tau,\ ^{00}r\cdot{}^{00}\tau,\ ^{+0}r\cdot{}^{+0}\tau,\ ^{+}r\cdot{}^{+}\tau)], \end{aligned} \tag{3.50}$$

дазваляе выконваць любыя пераходы на межах і выхад з межаў са зменай арыентацыі. Напрыклад, табліца множання кватэрніонаў у ${}^{+}Br$ (табл.3.2) выглядае наступным чынам:

Табліца 3.2

Табліца множання кватэрніонаў у лінейнай прасторы ${}^{+}Br$

$\otimes$	${}^{+}\tau^{\ell}$	${}^{+0}\tau^{\ell}$	${}^{00}\tau^{\ell}$	${}^{-0}\tau^{\ell}$
${}^{+}\tau^{\ell}$	${}^{+}\tau^{\ell}$	${}^{+0}\tau^{\ell}$	${}^{00}\tau^{\ell}$	${}^{-0}\tau^{\ell}$
${}^{+0}\tau^{\ell}$	${}^{+0}\tau^{\ell}$	$-({}^{+}\tau^{\ell})$	${}^{-0}\tau^{\ell}$	$-({}^{00}\tau^{\ell})$
${}^{00}\tau^{\ell}$	${}^{00}\tau^{\ell}$	$-({}^{-0}\tau^{\ell})$	$-({}^{+}\tau^{\ell})$	${}^{+0}\tau^{\ell}$
${}^{-0}\tau^{\ell}$	${}^{-0}\tau^{\ell}$	${}^{00}\tau^{\ell}$	$-({}^{+0}\tau^{\ell})$	$-({}^{+}\tau^{\ell})$

Аналагічная табліца можа быць пабудавана для ${}^{-}Br$.

Заўважым, што множанне кватэрніонаў і аперацыі ў абласцях Гроссмана задаюць спосаб даазначэння аперацыі множання $\otimes$ на дэкампазіраваным аб'екце $\psi^{\ell\tau}$ да функцый змены станаў у цыклах λ і α-ψ-самаарганізаванасці.

Але і ў гэтых аб'ектах сістэма дапускае неабмежаваны рост (у адной кропцы ці ў адной прасторы), т.ч. з'яўляецца аднаўзроўневай.

3.4. Высновы

У гэтай главе прапанавана сістэма дзеянняў з метрычнымі характарыстыкамі геаметрычнага аб'екта, якая дазваляе разглядаць імітацыю ўзгодненай дынамікі структур розных узроўняў у ЭВМ [108].

Агульны выраз геаметрычнага аб'екта заснаваны на апісанні геаметрычных характарыстык у лікавым пазіцыйным кодзе і на тым, што геаметрычныя аб'екты любой размернасці, у тым ліку і кропкі, маюць структуру. Тым самым з'яўляецца магчымасць бесперапынна звязваць дыскрэтныя сістэмы іх элементамі больш нізкіх узроўняў, пераходзіць ад болей высокай размернасці да ніжэйшай і назад за канечную колькасць крокаў, выконваць дзеянні з геаметрычнымі аб'ектамі аналагічна дзеянням з лікамі.

Уведзены два механізмы развіцця сістэмы:

- развіццё ва ўмовах раўнавагі (не змяняе ўзровень);
- развіццё ва ўмовах росту (адбываецца змена ўзроўня сістэмы).

Для кожнага разгледжаны адпаведныя ім дзеянні складання (злучэння) і множання (дзялення).

Даследванне названых дзеянняў сродкамі алгебры дазволіла выявіць іх матэматычныя ўласцівасці (неасацыятыўнасць, камутатыўнасць, наяўнасць ідэмпатэнтаў, сувязь з палямі сапраўдных і камплексных лікаў, а таксама з кватэрніонамі) і сфарміраваць аналагі арыфметычных дзеянняў з геаметрычнымі аб'ектамі, арыентаваныя на адпаведную праграмную рэалізацыю.

Азначана сувязь дзеянняў злучэння сістэм з арыфметычнымі дзеяннямі, якая усталёўвае спосаб пабудовы сістэмных канстант для любога іншага варыянта механізма развіцця (ён акрэслены ў доказе тэарэмы 2).

Паказана сувязь атрыманых вынікаў з тэарэтыка-множнымі аперацыямі, палямі рацыянальных, камплексных і гіперкамплексных лікаў. Прыведзены ўзоры паводзін сістэм ва ўмовах росту і зніжэння ўзроўня.

Праведзенае даследванне дазваліла зрабіць выснову, што дзеянні злучэння ва ўмовах росту прымяняюцца для сінтэза структур, а для імітацыі рухаў і дэфармацый - дзеянні злучэння ва ўмовах раўнавагі.

Дзеянні множання, у адрозненне ад складання, дазваляюць здзяйсняць змену ўзроўня (размернасці) за адзін крок. Але іх асноўнае назначэнне - кіраваць зменай стратэгій каардынацыі.

4. АЗНАЧЭННЕ І КЛАСІФІКАЦЫЯ РУХАЎ І ДЭФАРМАЦЫЙ

4.1. Матэматычнае азначэнне рухаў на розных узроўнях іерархічных сістэм

Рухам сістэмы $_{o}S^{\ell}$ у навакольным свеце $_{\omega}S^{\ell}$ будзем лічыць змяненне яе ўзаемадзеянняў $_{\omega}U^{\ell}$ з элементамі S_i^{ℓ} $(i \in I^{\ell+1})$ сістэмы $_{\omega}S^{\ell}$, а дэфармацыяй - змяненне ўзаемадзеянняў $_{\sigma}U^{\ell}$ элементаў $S_i^{\ell-1}$ $(i \in I^{\ell})$ яе структуры σ^{ℓ}.

Існуючыя выразы рухаў і дэфармацый (сістэмы інтэгра-дыферэнцыяльных ураўненняў, метады канечных і гранічных элементаў) разглядаюць толькі асобныя з'явы - ці рух, ці дэфармацыю, не ўлічваючы іх міжузроўневай сувязі. Інакш кажучы, няма класічнай матэматычнай тэорыі, якая б дазволіла разглядаць іх разам. Такім чынам, значная частка задач інжынернага аналізу, кіравання рухам біямеханічных сістэм (непасрэдна абумоўленых дынамікай іх структур) і г.д. застаецца недастаткова фармалізаванай.

Змяніць гэты стан можа прымяненне S^{ℓ} [87,88], які звязвае некалькі ўзроўняў і тым самым дае магчымасць даследваць залежнасць руху сістэмы $_{o}S^{\ell}$ у $_{\omega}S^{\ell}$ ад дэфармацыі яе структуры і наадварот. Неабходнымі крокамі ў названым кірунку з'яўляюцца азначэнне фізічных характарыстык сістэм і законаў фізікі ў тэрмінах іерархічных многаўзроўневых сістэм.

Асноўныя геаметрычныя адзнакі (рысы) сістэм - метрычныя характарыстыкі μ^{ℓ} аб'ёмаў, плошчаў і адлегласцей, дэфекты звязанасці ξ^{ℓ}, канструктыўная размернасць δ^{ℓ}, месца (адрас) атрымліваюцца непасрэдна з выразу S^{ℓ}, прымяненне якога ў геаметрычным канструяванні дазваляе хутка сінтэзаваць і аднаўляць (аналагічна працэсу ўспаміна) складаныя геаметрычныя канструкцыі, змяняць маштаб графічнага вобраза з адпаведнай зменай тапалагічных характарыстык ξ^{ℓ} і δ^{ℓ} падобна таму, як гэта адбываецца пры натуральнай змене адлегласці да аб'екта (чаго нельга зрабіць сродкамі ніякай іншай тэорыі) і т.д. [92,93].

Геаметрычны аб'ект $_{o}S^{\ell}$ мае агрэгаваны выраз $_{o}(\overline{\rho},\overline{\varphi})^{\ell}$ у $_{\omega}S^{\ell}$ і структуру σ^{ℓ} (канечны набор дыскрэтных, але бесперапынна звязаных сваімі часткамі элементаў $S_i^{\ell-1}$, $i \in I^{\ell}$). $_{o}S^{\ell}$ здольны прымаць удзел у пабудове сістэмы болей высокага ўзроўня $S^{\ell+1}$, што адбываецца, як і сінтэз $_{o}S^{\ell}$, зменай стану структуры $\sigma^{\ell+1}$ разглядаемай сістэмы $S^{\ell+1}$ шляхам злучэння па $_{\omega}U^{\ell}$ яе элементаў з дадатнай, адмоўнай ці нейтральнай метрычнай характарыстыкай $\mu^{\ell} \in \mathrm{M}^{\ell}$. Лікавыя (узаемазалежныя) адзнакі дэфектаў звязанасці ξ_{σ}^{ℓ}, ξ_{ω}^{ℓ} і канструктыўнай размернасці δ_{σ}^{ℓ}, δ_{ω}^{ℓ} даюць магчымасць класіфікацыі геаметрычных аб'ектаў (і, вядома, спосабаў кіравання іх сінтэзам) па іх формах і структурах у прасторах станаў $\Xi_{\sigma}^{\ell}, \Xi_{\omega}^{\ell}$, Δ_{σ}^{ℓ}, Δ_{ω}^{ℓ}.

Далучэнне да сувязей ${}_{\sigma}U^{\ell}$ дадатных і адмоўных па μ^{ℓ} элементаў з захаваннем прыналежнасці σ^{ℓ} да некаторага класа структур дае эфект дэфармацыі σ^{ℓ}. Змена ${}_{\sigma}U^{\ell}$ выклікае змену ${}_{\omega}U^{\ell}$, што эквівалентна руху ${}_{o}S^{\ell}$ у ${}_{\omega}S^{\ell}$. Адпаведным чынам арганізаваныя дэфармацыі (напрыклад, бягучыя хвалі дэфармацый [94,95]) адпавядаюць класам спосабаў кіравання рухам.

Дададзім, што для актыўных сістэм дэфармацыя і рух адрозніваюцца імкненнем зменшыць дэфект звязанасці паміж бягучым і патрабуемым станам ${}_{\omega}U^{\ell}$. Стратэгіі каардынацыі $\Lambda_{o}^{\ell} = \left\{ {}_{?}\lambda_{o}^{\ell}, {}_{\gamma}\lambda_{o}^{\ell}, {}_{\beta}\lambda_{o}^{\ell}, {}_{\alpha}\lambda_{o}^{\ell} \right\}$ у S^{ℓ} адказваюць у гэтым выпадку спосабам арганізацыі шляхоў дасягнення неабходных станаў ва ўмовах рознай неазначанасці ведаў каардынатара S_{0}^{ℓ} - ад блукання ў невядомасці ${}_{?}\lambda_{o}^{\ell}$ да безумоўных рэфлексаў ${}_{\alpha}\lambda_{o}^{\ell}$. Звяжам зараз некаторыя асноўныя фізічныя адзнакі і залежнасці з лікавымі дынамічнымі характарыстыкамі S^{ℓ} (якія падпарадкаваны законам лікавай пазіцыйнай сістэмы L^{S}).

Мерай масы будзем лічыць метрычную характарыстыку $\widetilde{\mu}^{\ell} \in \mathrm{M}^{\ell}$ стану $c \in C^{\ell}$ сістэмы ${}_{o}S^{\ell}$, яе ўваходаў X^{ℓ} і выхадаў Y^{ℓ}:

$$\widetilde{\mu}^{\ell} = \left({}^{-}\widetilde{\mu}^{\ell}, {}^{0}\widetilde{\mu}^{\ell}, {}^{+}\widetilde{\mu}^{\ell} \right) \tag{4.1}$$

дзе ${}^{-}\widetilde{\mu}^{\ell}$ - адмоўная, ${}^{0}\widetilde{\mu}^{\ell}$ - нейтральная, ${}^{+}\widetilde{\mu}^{\ell}$ - дадатная кампаненты $\widetilde{\mu}^{\ell}$.

Нейтральная кампанента

$${}^{0}\widetilde{\mu}^{\ell} = \left({}^{-}\widetilde{\mu}^{\ell-1}, {}^{0}\widetilde{\mu}^{\ell-1}, {}^{+}\widetilde{\mu}^{\ell-1} \right) = \widetilde{\mu}^{\ell-1} \tag{4.2}$$

з'яўляецца мерай аб'ёмаў, плошчаў і адлегласцей - у залежнасці ад таго, які стан ${}_{\tau}C^{\ell}$ ці ${}_{\tau\omega}U^{\ell}$, $\tau \in_{\psi} L$ (які дэфект звязанасці $\xi_{\omega,\sigma}^{\ell}$ і якая канструктыўная размернасць $\delta_{\omega,\sigma}^{\ell}$) разглядаюцца. Заўважым, што да ${}_{\omega}U^{\ell}$ (і, тым самым, да ${}_{o}S^{\ell}$) належыць тая прастора з мерай $\widetilde{\mu}^{\ell-1} = {}^{0}\widetilde{\mu}^{\ell}$, якую ${}_{o}S^{\ell}$ здольны змяняць і ўплыў на якую з боку ${}_{o}S^{\ell}$ зваротна прапарцыянальны адлегласці ад ${}_{o}S^{\ell}$.

Меры руху (хуткасць, імпульс і т.д.) атрымліваюцца як меры змянення станаў дынамічных сістэм за адзінкі часу ${}_{\tau}\eta_{T}^{\ell}$ у прасторах M^{ℓ}, Ξ^{ℓ}, Δ^{ℓ}, (${}_{\tau}\eta_{T}^{\ell} \in_{\psi} T^{\ell} = \left\{ {}_{?}T^{\ell}, {}_{\gamma}T^{\ell}, {}_{\beta}T^{\ell}, {}_{\alpha}T^{\ell} \right\}$). Меры руху маюць кірунак - у адпаведнасці з адрасамі тых элементаў ${}_{\omega}S^{\ell}$, адносна якіх разглядаецца рух.

Сілы, якія змяняюць рух і выклікаюць дэфармацыю, прадстаўляюць сабой элементы $\widetilde{S}^{\ell'}$, з адпаведнымі мерамі $\widetilde{\mu}^{\ell'}(t)$, якія злучаюцца з разглядаемым аб'ектам праз ${}_{\omega}U^{\ell}=\widetilde{S}^{\ell}$ і ${}_{\sigma}U^{\ell}$. Знак $\widetilde{\mu}^{\ell'}(t)$ адносна ${}_{o}S^{\ell}$ і адрас элемента $S_i^{\ell-1}\in\sigma^{\ell}$, на які дзейнічае сіла, задаюць яе напрамак і месца прыкладання.

Сіла $\widetilde{S}^{\ell'}(t)$ дзеліцца паміж элементамі $\overline{S}^{\ell-1}$ структуры σ^{ℓ}, кожны з якіх перамяшчаецца на адпаведную велічыню ${}_{\gamma}\widetilde{\mu}^{\ell}(\sigma^{\ell})$; колькасць m^{ℓ} элементаў у I^{ℓ} у некаторым сэнсе адказвае інэрцыі і ўлічваецца ў $\widetilde{\mu}^{\ell}$; арганізаванасць $\xi^{\ell}_{\omega,\sigma}(\delta^{\ell}_{\omega,\sigma})$ таксама ўплывае на спосаб перадачы руху па σ^{ℓ} - напрыклад, калі стан ${}_{\sigma}U^{\ell}$ вызначаны як стан крышталю ${}_{\alpha}c^{\ell}\in_{\alpha}C^{\ell}$, $\widetilde{\mu}^{\ell'}$ імгненна дзеліцца паміж m^{ℓ} элементамі $\overline{S}^{\ell-1}$ і ўсе яны перамяшчаюцца адначасова ў напрамках, згодна прыкладзенай часткі сілы, а калі ${}_{o}S^{\ell}$ знаходзіцца ў стане газа ${}_{\gamma}c^{\ell}\in_{\gamma}C^{\ell}$, $\widetilde{\mu}^{\ell'}$ стварае рух цеплыні, які не адразу закранае ўсе элементы σ^{ℓ} на ўзроўні $\ell\in L$.

Адзначым, што сувязь фізічных мер з (дынамічнымі) лікавымі і геаметрычнымі мерамі S^{ℓ} выклікае іх адпаведнасць агульным законам S^{ℓ}. Так, маса $\widetilde{\mu}^{\ell}$ мае не толькі дадатны і адмоўны, але і нейтральны стан ${}^{0}\widetilde{\mu}^{\ell}=\widetilde{\mu}^{\ell-1}$ і можа быць атрымана з гэтага стану болей нізкага ўзроўня і зноў пераведзена ў яго з адпаведнымі зменамі часу T^{ℓ} у прасторы станаў ${}_{\psi}T^{\ell}$; кожны аб'ект ${}_{o}S^{\ell}$ з масай ${}^{-}\widetilde{\mu}^{\ell}$ ці ${}^{+}\widetilde{\mu}^{\ell}$ з'яўляецца крыніцай дэфекта звязанасці, які няўхільна змяняе стан свайго працягу $\widetilde{S}^{\ell}={}_{\omega}U^{\ell}$ у бок узняцця яго ўзроўня, што дае ў выніку сілу, аналагічную сіле цяжару вакол ${}_{o}S^{\ell}$, і адначасова стварае эфект росту адлегласці паміж ${}_{o}S^{\ell}$ і элементамі ${}_{\omega}S^{\ell}$; сіла цяжару змяняецца з квадратам адлегласці ад ${}_{o}S^{\ell}$ таму, што на адлегласці ${}^{0}_{\gamma}\widetilde{\mu}^{\ell}$ ад ${}_{o}S^{\ell}$ яна дзеліцца паміж элементамі часткі сферы ${}_{\beta\omega}U^{\ell}\subset_{\omega}U^{\ell}$ радыуса ${}^{0}_{\gamma}\widetilde{\mu}^{\ell}$ з плошчай ${}^{0}_{\beta}\widetilde{\mu}^{\ell}$; агрэгаваныя адзнакі фізічных цел вызначаюцца спосабамі разліку ω^{ℓ} па σ^{ℓ} і г.д.

Абагульняючы сказанае, атрымаем наступныя вынікі.

1. Агульны закон руху і дэфармацыі задаецца ў выглядзе

$$S^{\ell}=\{\omega^{\ell},S_0^{\ell},\sigma^{\ell}\} \tag{4.3}$$

дзе $\omega^{\ell}=\{\widetilde{\omega}^{\ell},S_0^{\ell}\}$, $\sigma^{\ell}=\{S_0^{\ell},\widetilde{\sigma}^{\ell}\}$,

$$\widetilde{\omega}^{\ell}=\left\{{}_{o}(\overline{\rho},\overline{\varphi})^{\ell},{}_{p}(\overline{\rho},\overline{\varphi})^{\ell},{}_{\omega}(\overline{\rho},\overline{\varphi})^{\ell}\right\},$$

$${}_{p}(\overline{\rho},\overline{\varphi})^{\ell}=\left\{{}_{op}(\overline{\rho},\overline{\varphi})^{\ell},{}_{\omega}U^{\ell},{}_{\omega p}(\overline{\rho},\overline{\varphi})^{\ell}\right\},$$

$$\widetilde{\sigma}^{\ell} = \left\{\overline{\omega}^{\ell-1}, {}_{\sigma}U^{\ell}\right\}, \qquad \overline{\omega}^{\ell-1} = \left\{\omega_i^{\ell-1} : i \in I^{\ell}\right\},$$

$$S_0^{\ell} = \left\{\omega_0^{\ell}, S_0^{\ell}, \sigma_0^{\ell}\right\}.$$

2. Геаметрычныя і фізічныя адзнакі вызначаюцца ў прасторах станаў M^{ℓ}, Ξ^{ℓ}, Δ^{ℓ}, T^{ℓ} , усе разлікі ў якіх выконваюцца сродкамі лікавай пазіцыйнай сістэмы L^{S} . Спосабы разліку рухаў і дэфармацый залежаць ад адзнак $\widetilde{\mu}^{\ell}$, $\widetilde{\xi}^{\ell}$, $\widetilde{\delta}^{\ell}$ структуры σ^{ℓ} і агрэгаванай дынамічнай рэалізацыі ω^{ℓ} і адпавядаюць стратэгіям каардынацыі ${}_{\tau}\lambda_o^{\ell} \in \Lambda_o^{\ell} = \left\{{}_{?}\lambda_o^{\ell}, {}_{\gamma}\lambda_o^{\ell}, {}_{\beta}\lambda_o^{\ell}, {}_{\alpha}\lambda_o^{\ell}\right\}$.

3. Рад асобных відаў руху і дэфармацыі атрымліваецца з агульнага закона шляхам увядзення адпаведных умоў. Так, фізічны рух (змена каардынат у прасторы) у інтэрвал часу $\overline{T}_{tt'}^{\ell}$ адказвае выпадку

$${}_{\sigma}U^{\ell}\Big|\overline{T}_{tt'}^{\ell} = const, \tag{4.4}$$

калі ўзаемадзеянні ${}_{\sigma}U^{\ell}$ лічацца некаторы час нязменнымі і, такім чынам, структура σ^{ℓ} захоўвае свой стан. Гэты рух выконваецца працэсам ${}_{\omega}P^{\ell}$, для якога

$${}_{\omega p}\left(\overline{\rho}, \overline{\varphi}\right)^{\ell}: \quad \begin{array}{l} {}_{\omega p}\overline{\rho}^{\ell} = \left\{{}_{\omega p}\rho_t^{\ell} : {}_{\omega}X_t^{\ell} \times {}_{\omega}C_t^{\ell} \to {}_{\omega}Y_t^{\ell} \ \& \ t \in T^{\ell}\right\} \\ {}_{\omega p}\overline{\varphi}^{\ell} = \left\{{}_{\omega p}\varphi_{tt'}^{\ell} : {}_{\omega}X_t^{\ell} \times {}_{\omega}C_{tt'}^{\ell} \to {}_{\omega}X_{t'}^{\ell} \ \& \ t, t' \in T^{\ell} \ \& \ t' > t\right\} \end{array} \tag{4.5}$$

$${}_{\omega}X^{\ell} = {}_{\tau\omega}X^{\ell} \times Y^{\ell}, \qquad {}_{\omega}Y^{\ell} = {}_{\tau\omega}Y^{\ell} \times X^{\ell}$$

На другім канцы знаходзіцца біямеханічны рух, для якога лічыцца

$$\left({}_{\tau\omega}X^{\ell} \times {}_{\tau\omega}Y^{\ell}\right)\Big|\overline{T}_{tt'}^{\ell} = {}_{\tau\omega}U^{\ell}\Big|\overline{T}_{tt'}^{\ell} = const, \tag{4.6}$$

інакш, ${}_{\omega}U^{\ell}$ залежыць у інтэрвал часу $\Big|\overline{T}_{tt'}^{\ell}$ толькі ад змянення ${}_{\sigma}U^{\ell}\Big|\overline{T}_{tt'}^{\ell}$. Рух гэтага класа выконваецца працэсам ${}_{o}P^{\ell}$:

$${}_{op}\left(\overline{\rho}, \overline{\varphi}\right)^{\ell}: \quad \begin{array}{l} {}_{op}\overline{\rho}^{\ell} = \left\{{}_{op}\rho_t^{\ell} : X_t^{\ell} \times C_t^{\ell} \to Y_t^{\ell} \ \& \ t \in T^{\ell}\right\} \\ {}_{op}\overline{\varphi}^{\ell} = \left\{{}_{op}\varphi_{tt'}^{\ell} : X_t^{\ell} \times C_{tt'}^{\ell} \to X_{t'}^{\ell} \ \& \ t, t' \in T^{\ell} \ \& \ t' > t\right\} \end{array} \tag{4.7}$$

Астатнія класы рухаў і дэфармацый знаходзяцца паміж названымі і з'яўляюцца іх рознымі спалучэннямі ў выразе S^{ℓ}.

Дададзім, што праграмная рэалізацыя даследвання рухаў і дэфармацый праведзена на АРМ на базе PC; скарыстаны Фартран, Паскаль; затраты часу і памяці на дэфармацыю аб'ёмных цел з адпаведным рухам лінейна залежаць ад колькасці элементаў аб'екта.

4.2. Асноўны алгарытм дынамікі структур геаметрычных аб'ектаў

Імітацыя рухаў і дэфармацый аб'ёмных цел на пабудаваных геаметрычных аб'ектах выконваецца наступным чынам:

сінтэзуецца структурны выраз $\sigma^{\ell+1}$ навакольнага свету $S^{\ell+1}$, у якім будзе рухацца аб'ект S_{τ}^{ℓ} , і структура σ_{τ}^{ℓ} сістэмы S_{τ}^{ℓ}; сінтэз выконваецца такім чынам, каб элементы структур $\sigma^{\ell+1}$ і σ_{τ}^{ℓ} мелі агульныя часткі (узаемадзеянні) ${}_{\sigma}U^{\ell+1}$ і ${}_{\sigma}U_{\tau}^{\ell}$; узаемадзеянні ${}_{\sigma}U^{\ell+1}$ уключаюць сувязі ${}_{\omega}U_{\tau}^{\ell}$ аб'екта S_{τ}^{ℓ} з іншымі элементамі S_{i}^{ℓ} $(\tau \neq i)$ сістэмы $S^{\ell+1}$; сінтэз (злучэнне) выконваецца ва ўмовах росту сістэм;

калі імітуецца фізічны рух S_{τ}^{ℓ} у $S^{\ell+1}$, змяняюцца сувязі ${}_{\omega}U_{\tau}^{\ell}$ у $S^{\ell+1}$ шляхам дадатку да S_{τ}^{ℓ} элементаў звонку з улікам умовы, што сістэма развіваецца ў раўнавазе; такі дадатак у адным месцы прыводзіць да адымання вызначаных элементаў у іншых месцах і адпаведнаму змяненню месца S_{τ}^{ℓ} у $\sigma^{\ell+1}$;

калі імітуецца біямеханічны рух, адбываецца пераразмеркаванне элементаў унутры σ_{τ}^{ℓ} без уплыву вонкавых уздзеянняў; сувязі ${}_{\sigma}U_{\tau}^{\ell}$ аслабляюцца ў вызначаных месцах і ўзмацняюцца ў іншых з захаваннем агульнай метрычнай характарыстыкі ${}^{0}\mu_{\tau}^{\ell}$ сістэмы S_{τ}^{ℓ}; пры пераразмеркаванні сувязей у σ_{τ}^{ℓ} зменяюцца сувязі ${}_{\omega}U_{\tau}^{\ell}$ (палажэнне S_{τ}^{ℓ} у $\sigma^{\ell+1}$); паслядоўныя змены ${}_{\sigma}U_{\tau}^{\ell}$ у часе імітуюць эвалюцыю дэфармацый у σ_{τ}^{ℓ} і адпаведны рух S_{τ}^{ℓ} у $\sigma^{\ell+1}$ (эвалюцыю дэфармацый $\sigma^{\ell+1}$).

Такім чынам, дзеянні злучэння ва ўмовах росту прымяняюцца для сінтэза структур, а для імітацыі рухаў і дэфармацый - дзеянні злучэння ва ўмовах раўнавагі.

Агульны закон каардынацыі запісваецца ў выглядзе

$$C^{\ell+1}\Big|_{S_i,S_\tau} = B_i \cdot C_i^{\ell} + B_\tau \cdot C_\tau^{\ell} + \psi^{\ell+1} B_U \cdot U_{i,\tau} \qquad (4.8)$$

дзе $C^{\ell+1}, C_i^{\ell}, C_\tau^{\ell} \in \mathrm{M} \times \Gamma \times \Sigma$,

B - вагавыя характарыстыкі,

сістэмная канстанта ψ выбіраецца ў адпаведнасці з класам дынамікі структур, якія імітуюцца.

4.3. Высновы

Для стандартызаванага азначэння рухаў і дэфармацый упершыню прапанавана і даследвана тэхналогія іерархічных многаўзроўневых сістэм, якая з'яўляецца ключавым момантам у рашэнні пастаўленай задачы.

Дадзеная глава ўтрымлівае наступныя тэарэтычныя вынікі дысертацыі:

азначэнне фізічных характарыстык, рухаў і дэфармацый аб'ёмных цел у тэрмінах іерархічных многаўзроўневых сістэм;

сувязь геаметрычных і фізічных параметраў;

стратыфікацыю рухаў і дэфармацый па іх прыродзе і па ўзроўнях неазначанасці ведаў.

Міжузроўневыя сувязі стратэгій каардынацыі ў выразе каардынатара з'яўляюцца неабходнай умовай для выканання разлікаў на сістэмах рознай размернасці, а таксама для арганізацыі сувязі фізічных і геаметрычных характарыстык у азначэнні рухаў і дэфармацый.

Азначэнне рухаў і дэфармацый уводзіцца ў тэрмінах іерархічных многаўзроўневых сістэм як узгодненае змяненне структур розных узроўняў. Прыведзеная класіфікацыя рухаў і дэфармацый таксама цалкам заснавана на ўласцівасцях іерархічных многаўзроўневых сістэм.

Тым самым задача кіравання рухамі і дэфармацыямі зведзеная да задачы каардынацыі стандартнага блока іерархічнай многаўзроўневай сістэмы - S^{ℓ}, а атрыманыя вынікі маюць больш агульны характар, чым сувязь геаметрычных і фізічных параметраў і могуць прымяняцца для абстрактных іерархічных многаўзроўневых сістэм.

На аснове прапанаванай матэматычнай тэхналогіі (механізмаў) распрацаваны алгарытмы дынамікі структур геаметрычных аб'ектаў.

У выніку даследвання адзначана, што дзеянні злучэння ва ўмовах росту прымяняюцца для сінтэза структур, а для імітацыі рухаў і дэфармацый - дзеянні злучэння ва ўмовах раўнавагі.

Агульны закон каардынацыі запісваецца ў выглядзе

$$C^{\ell+1}\Big|_{S_i, S_\tau} = B_i \cdot C_i^{\ell} + B_\tau \cdot C_\tau^{\ell} + \psi^{\ell+1} B_U \cdot U_{i,\tau}$$

дзе $C^{\ell+1}, C_i^{\ell}, C_\tau^{\ell} \in \mathrm{M} \times \Gamma \times \Sigma$, B - вагавыя характарыстыкі,

сістэмная канстанта ψ выбіраецца ў адпаведнасці з класам дынамікі структур, якія імітуюцца.

Выкананыя даследванні даюць магчымасць лічыць, што прапануемы метад можа быць выкарыстаны як для імітацыі рухаў аб'екта канструявання, так і для аналіза яго паводзін пры дэфармацыі.

5. УЗОРЫ ПРЫМЯНЕННЯ ІЕРАРХІЧНЫХ ГЕАМЕТРЫЧНЫХ ВЫРАЗАЎ У ЗАДАЧАХ ДАСЛЕДАВАННЯ РУХАЎ І ДЭФАРМАЦЫЙ

5.1. Узоры азначэння метрычных характарыстык узаемадзеянняў

5.1.1 Выгібанне плоскай ліставой загатоўкі

Няхай аб'ект канструявання (плоская ліставая дэталь) S^{ℓ} мае наступныя метрычныя характарыстыкі: $\mathrm{M} = \left\{ \mu^{i} : i \in I_{\mathrm{M}} \right\}$; дзе μ^{0}- каардынаты, μ^{1} - адлегласці, μ^{3} - аб'ём, μ^{5} - вуглы.

На мал.5.1 адлюстравана выгібанне плоскай ліставой загатоўкі (умоўнага адрэзка) (выпадак, калі нейтральны слой (k) не рухаецца).

Змяненне профіля S^{ℓ} у працэссе $P_{o}^{\ell}(t)$ (а-г) адлюстроўвае асноўныя ідэі падыхода, дзе μ_{i}^{0} - каардынаты кропак; μ_{i}^{1} - (даўжыня, шырыня і вышыня); μ_{i}^{3} - аб'ём; S_{i}^{ℓ} - элементы разбіення, $U_{i\tau}$ - іх узаемадзеянні ($\mu_{1}^{1}(U_{i\tau}) = \mu_{3}^{1} tg(\alpha/2)$).

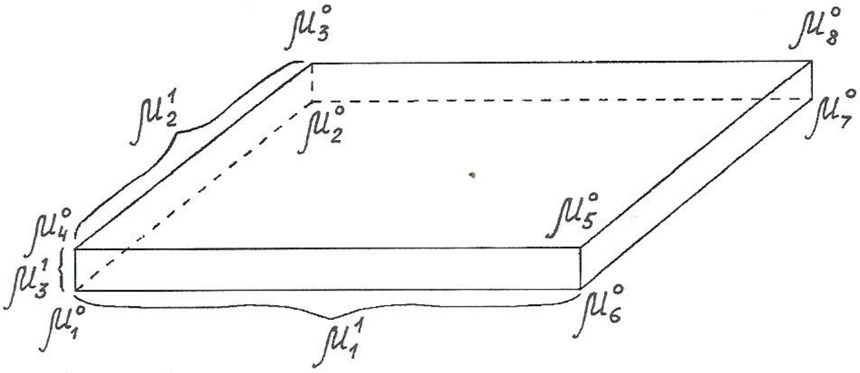
Выгібанне выконваецца пры ўмове захавання аб'ёма ўзаемадзеянняў нязменным $\mu_{1}^{3}(U_{i\tau}) = const$.

На мал.5.2 і ў табл.5.1 прыведзены вынікі тэсціравання прапануемага алгарытма выгібання ў залежнасці ад колькасці канструктыўных элементаў S_{i}^{ℓ} (ад патрабуемай дакладнасці разлікаў). Яны паказваюць, што час разліку прамапрапарцыйны колькасці элементаў і тое, што метад устойлівы да хібнасці разлікаў.

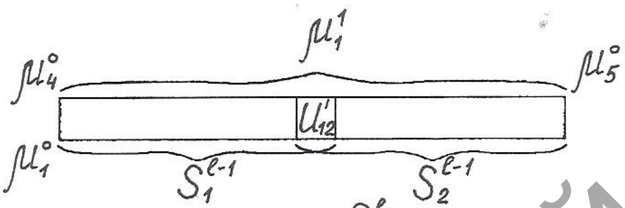
Табліца 5.1

Залежнасць выдаткаў часу ад колькасці элементаў разбіцця

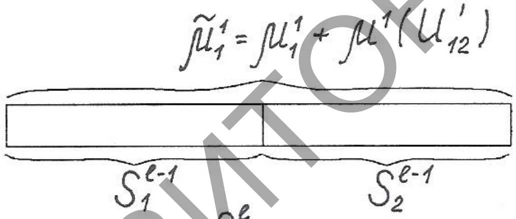
Колькасць элементаў	Час на разлік каардынат кропак (мс)
90	0.44
300	1.39
1500	7.01
3000	14.2



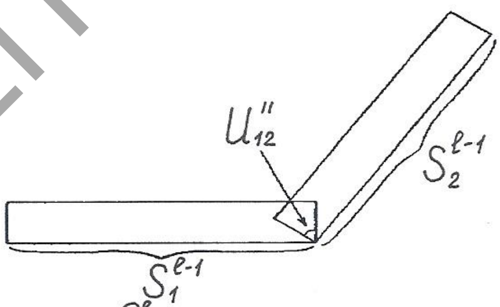
а) крынічны стан



b) мадэль разбіення S^ℓ на першым кроку

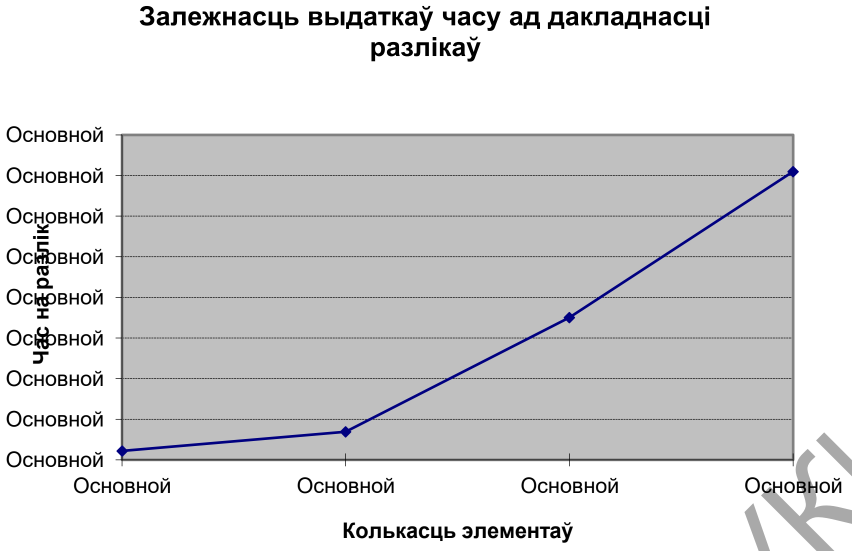


с) расцяжэнне S^ℓ на другім кроку



d) выгіб S^ℓ на трэццім кроку

Мал. 5.1. Змяненне профіля S^ℓ у працэсе $P_o^\ell(t)$.



Мал.5.2. Залежнасць выдаткаў часу ад дакладнасці разлікаў

5.1.2. Выгібанне ў цыліндр

Адбываецца аналагічна.

Вялічыня аб'ёма ўзаемадзеянняў $U_{i\tau}$ азначаецца ў залежнасці ад унутранага радыуса r з улікам становішча нейтральнага слою k наступным чынам:

$$r = (\mu_1^1(S^\ell)(t_0) - \mu_3^1(S^\ell) + k)/2\pi \qquad (5.1)$$

$$\breve{\mu}_1^1(S^\ell)(t_n) = 2\pi r, \quad \widehat{\mu}_1^1(S^\ell)(t_n) = 2\pi(r + \mu_3^1(S^\ell))$$

$$\mu_1^1(U'_{tt+1}) = (\widehat{\mu}_1^1(S^\ell)(t_0) - \mu_1^1(S^\ell)(t_n))/n = (\mu_1^1(S^\ell)(t_0) - \breve{\mu}_1^1(S^\ell)(t_n))/n$$

$$\alpha/2 = arctg(\mu_1^1(U'_{tt+1})/\mu_3^1(S^\ell)),$$

дзе $\breve{\mu}_1^1$ - даўжыня ўнутранай акружнасці цыліндра,

$\widehat{\mu}_1^1$ - даўжыня вонкавай акружнасці цыліндра.

Пры $P_o^\ell(t)$: $\mu_1^1(t) = const$,

$P_o^\ell(t)\mu^3(U_{i\tau})(t) = const, \quad i,\tau \in I_\ell, \quad t \in T$.

Без уліку становішча нейтральнага слою -

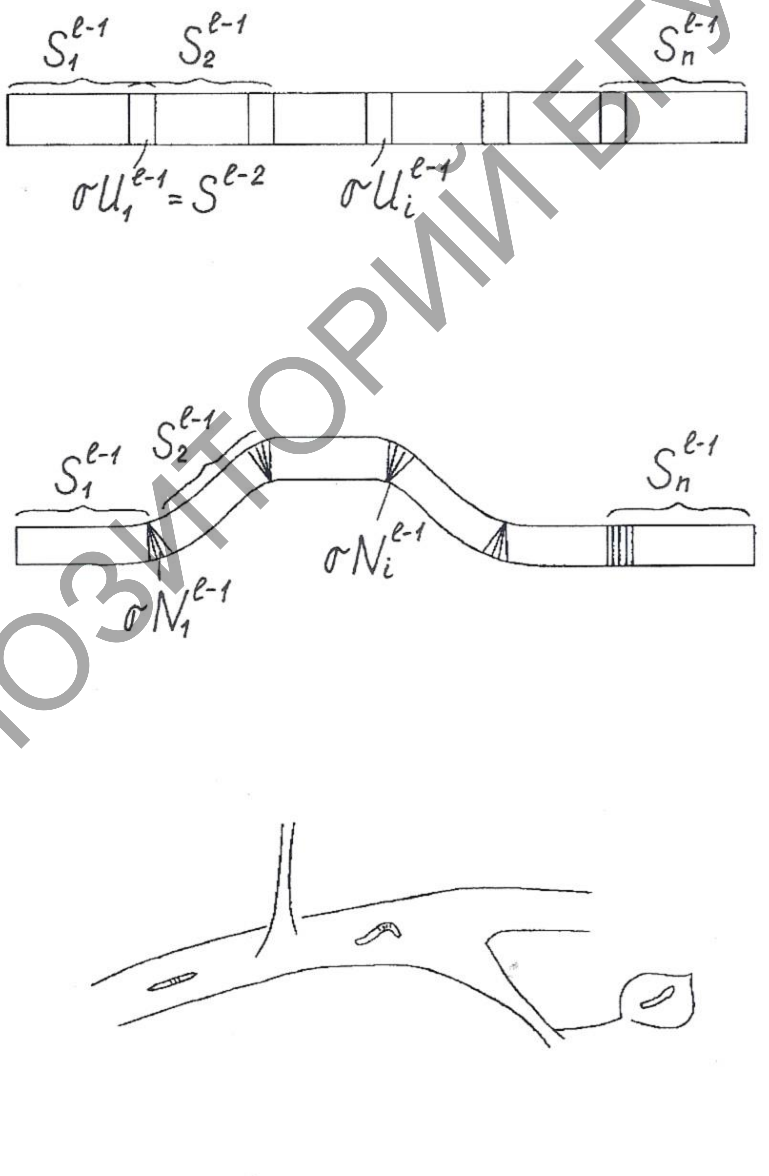
$$r = (\mu_1^1(S^\ell)(t_0) - \pi\mu_3^1(S^\ell))/2\pi. \qquad (5.2)$$

5.1.3. Бягучыя хвалі дэфармацыі

Профіль папярэчнай хвалі дэфармацыі на першым кроку азначаецца ў адпаведнасці з 5.1.1, а далей адбываецца паслядоўная перадача ўзаемадзеянняў $U_i^{\ell-1}$, (i=i+1 ці i=i-1 у залежнасці ад кірунка хвалі) з адпаведнай зменай месцазнаходжання элементаў $S_i^{\ell-1}$.

У спрошчаным выглядзе гэты працэс адлюстраваны на мал.5.3.

Для прадольных хваляў дэфармацыі адбываецца змена аб'ёма ўзаемадзеянняў $\mu^3(U_{i\tau})(t)$ сумежных элементаў і іх паслядоўная перадача (i=i+1 ці i=i-1) у залежнасці ад перанесенай масы (мал.5.3 (а)).



Мал. 5.3. Бягучыя хвалі дэфармацыі

5.1.4. Мадэляванне кінематычных механізмаў

Згаданая тэхналогія азначэння і разліку рухаў выкарыстана пры стварэнні (канструяванні) сістэмы кіравання захватам многазвенных механізмаў (робатаў) сумесна з лабараторыяй аўтаматызацыі і робатаў Патраскага Універсітэта (Грэцыя) у рамках праекта AMETMAS-NoE-CP96-0026 праграмы INCO-COPERNICUS Еўрапейскага Саюза (Robot Control System Design).

Мноства самых разнастайных перамяшчэнняў маніпулятара ў трохмернай прасторы забяспечваецца ў асноўным за кошт кінематычных механізмаў усяго двух тыпаў - механізма пастýпальнага руху і механізма вярчальнага руху. Працэс, адлюстраваны на мал. 5.1 *c*) адпавядае элементарнаму кінематычнаму механізму - зваротна-пастýпальнай пары, працэс на мал. 5.1 *d)* - паваротнай пары.

Гэтыя выразы (алгарытмы) выкарыстаны пры даследаванні магчымасцей многазвенных шарнірных кінематычных механізмаў і стварэння гібкіх маніпулятараў, у прыватнасці, пры праектаванні канструкцыі гібкага маніпулятара з паслядоўным злучэннем васьмі аднолькавых гібкіх звеньяў, з дзвюма ступенямі рухавасці кожнае.

Метады кіравання рухам робатаў без спецыяльных сродкаў навядзення ўжываюцца толькі ў спрошчаным, упарадкаваным штучным асяроддзі, напрыклад у заводскім цэху. Недахоп сучасных сістэм кіравання захватам робата, які выконвае дастаткова складаныя аперацыі ў асяроддзі са зменлівымі ўмовамі, і вызначэння становішча і арыентацыі робатаў у неаднародным навакольным свеце - высокі кошт і унікальнасць сістэмы кіравання па дадзеным бягучага месцазнаходжання і арыентацыі робата, а таксама яе эксплутацыйнага забеспячэння і абмежаванняў на маршрут рухаў робата.

Азначэнне ў адзінай мадэлі навакольнага свету, канструкцыі (будовы) робата, сістэмы кіравання ім дазваляе наблізіцца да стварэння універсальных шматмэтавых сістэм кіравання робатамі-маніпулятарамі.

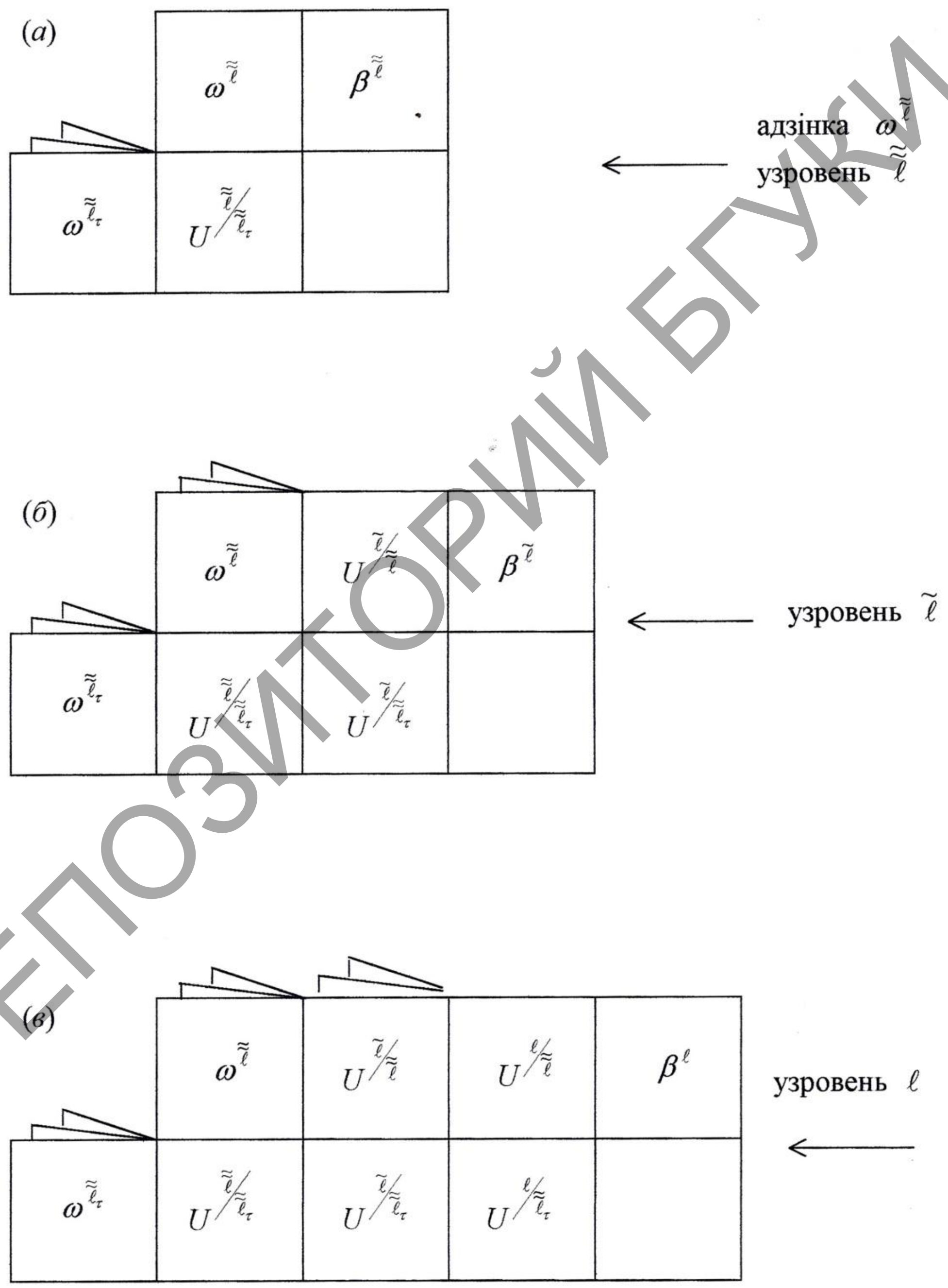
5.2. Матэматычныя выразы станаў размернасці будовы

На мал. 5.4 прыведзены рост размернасці будовы сістэмы - прыклад выканання дзеяння змены маштабу - (канструктыўная схема базы звестак), на мал 5.5 - адпаведныя яму выразы ўмоўных аб’ектаў: умоўных кропак, лініі, паверхні.

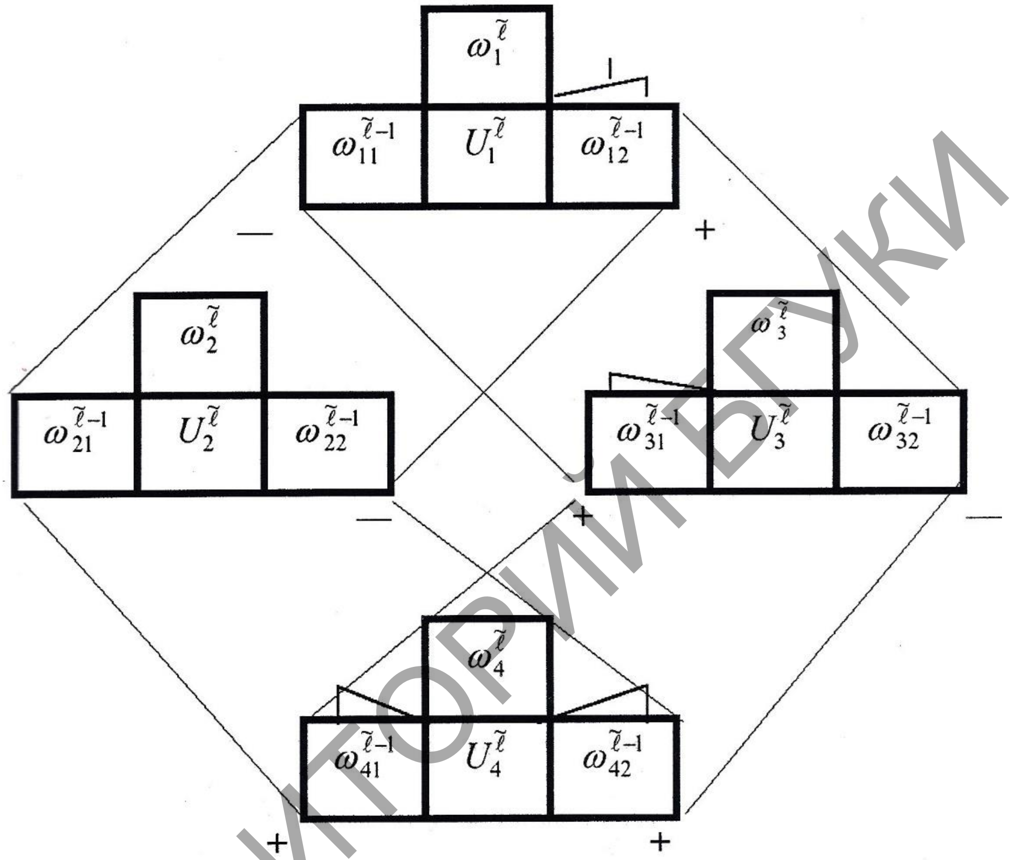
Выпадак (*a*) на мал.5.4 датычыцца ўмоўнай кропкі: адзінкі $\omega^{\tilde{\tilde{\ell}}}$ (кропкі) утрымліваюць у іх будовах $\sigma^{\tilde{\tilde{\ell}}_\tau}$ адзінкі раней складзеных страт $\omega^{\tilde{\tilde{\ell}}_\tau}$ і месца для ўзаемадзеянняў з магчымым каардынатарам (клеткі $\beta^{\tilde{\tilde{\ell}}}$ рэзервуюцца для магчымых сігналаў каардынацыі, а пустыя клеткі - для азначэння ўзаемадзеянняў сістэмы $\omega^{\tilde{\tilde{\ell}}}$ з другімі адзінкамі ўзроўня $\tilde{\tilde{\ell}}$).

Выпадак (*б*): адзінкі $\omega^{\tilde{\tilde{\ell}}_\tau}$ звязваюцца ў лініі $\omega^{\tilde{\tilde{\ell}}}$ з іх узаемадзеяннямі $U^{\tilde{\ell}/\tilde{\tilde{\ell}}}$ і сігналамі каардынатара $\beta^{\tilde{\ell}}$ (такім чынам лініі ўтвараюць паверхню).

(*в*): паверхні звязваюцца ў 3-мерны аб'ект узаемадзеяннямі $U^{\ell/\tilde{\ell}}$; іх выразы ўтрымліваюць месца для магчымых сігналаў каардынацыі β^{ℓ}.

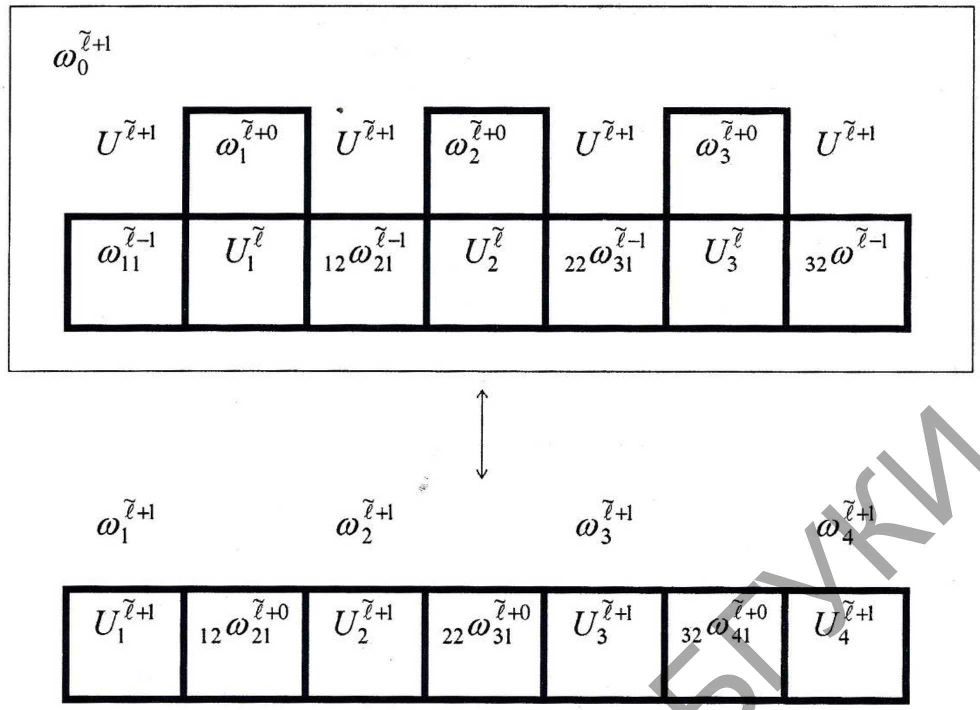


Мал. 5.4. Матэматычныя выразы станаў размернасці будовы (канструктыўная схема базы звестак)

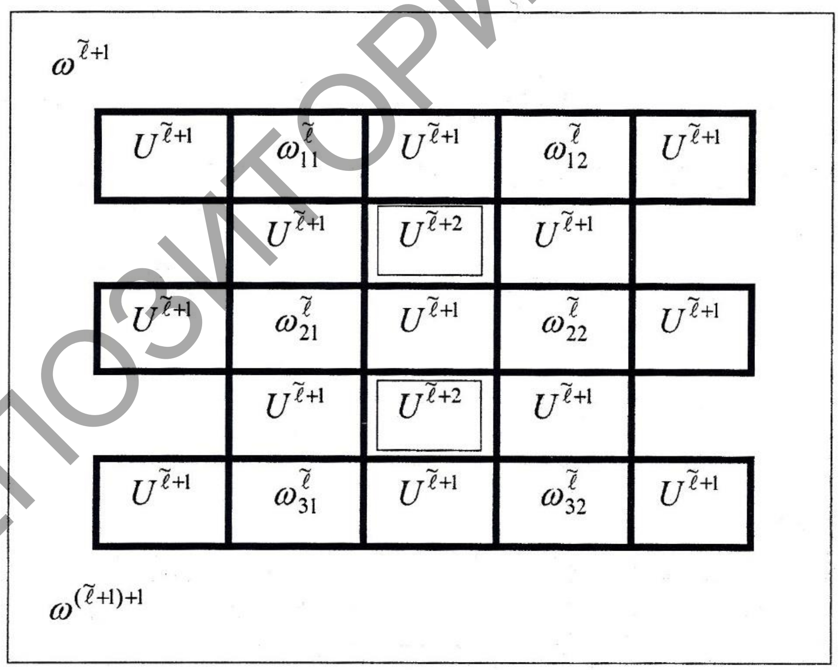


а) Мноства ўмоўных кропак

Мал.5.5. Рост размернасці будовы сістэмы



б) Умоўная лінія



в) Умоўная паверхня

Мал.5.5. Рост размернасці будовы сістэмы

5.3. Прыклады тэхналагічных аперацый над ліставымі дэталямі

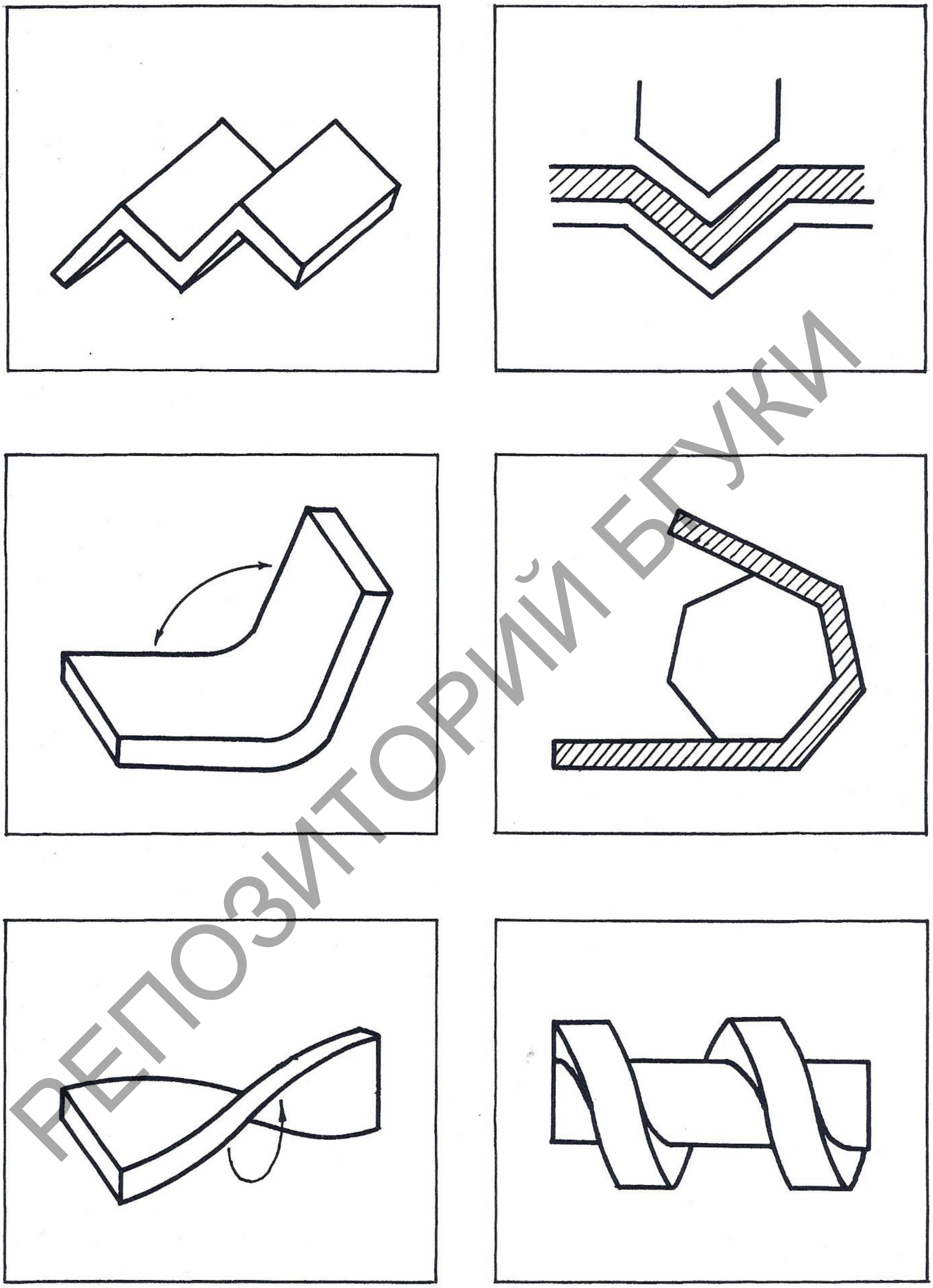
Для комплекснага рашэння тэхнічных пытанняў у САПР і АСК ТПВ сімвальны выраз аб'екта канструявання павінны быць арыентаваны на дыялог з канструктарам-тэхнолагам [96]. У гэтым выпадку з'яўляецца магчымасць канструявання геаметрычных форм дэталяў і канструкцый тэхнічных аб’ектаў у сістэмах праектавання ў тэрмінах тэхналагічных аперацый, імітуючы ў САПР працэс вырабу дэталі з загатоўкі. Такім чынам, аднaчасова з выразам аб'екта з'яўляецца ўзгоднены з ім ланцуг тэхналагічных аперацый. Гэты ланцуг можна лічыць крынічным варыянтам апісання тэхналагічнага працэса і ў далейшым замяняць на больш рацыянальны ў рамках АСК ТПВ.

Рашэнне падобных задач ускладняецца неабходнасцю апрацоўкі вялікіх аб'ёмаў рознахарактарных звестак. Прымяненне матэматычнага выраза іерархічнай многаўзроўневай сістэмы з дынамічнымі аб'ектамі дае прымальнае для практычных мэт рашэнне разглядаемай задачы.

Назвы аперацый выбіраюцца са слоўніка канструктара ці тэхнолага; тым самым значна зніжаюцца выдаткі на яго дадатковае навучэнне карыстанню сістэмай. Увядзенне новых аперацый У дадзеным выпадку зводіцца да азначэння працэса пераўтварэння геаметрычнага аб'екта з існуючага крынічнага стану ў патрабуемы канчатковы. Кожная канструктарска-тэхналагічная аперацыя сінтэзуецца пры гэтым з мноства элементарных пераўтварэнняў геаметрычнага аб'екта. Сінтэз адбываецца па агульных правілах руху іерархічнай многаўзроўневай сістэмы ў прасторы ўзроўняў.

Прапануемы сімвальны выраз геаметрычнага аб'екта дазваляе, у прыватнасці, імітаваць чатыры асноўных выпадкі дэфармацыі халоднай ліставой штампоўкі (мал. 5.6):

- рэзка - аддзяленне адной часткі матэрыялу ад другой па замкнёнаму ці незамкнёнаму контуру;
- выгібанне - ператварэнне плоскай загатоўкі ў загнутую дэталь;
- выцяжка - ператварэнне плоскай загатоўкі ў полую дэталь ці далейшая змена яе памераў;
- фармоўка - змена формы дэталі ці загатоўкі шляхам лакальных дэфармацый featured рознага характару.



Мал. 5.6. Узоры тэхналагічных аперацый формаўтварэння

5.3.1. Апісанне праграмнай рэалізацыі

Прапануемы падыход і алгарытмы, распрацаваныя ў гэтай рабоце, рэалізаваны ў выглядзе 4-х праграмных комплексаў. Праграмы напісаны на мове праграмавання Паскаль і выконваюцца пад кіраваннем аперацыйнай сістэмы MS DOS (версіі 3.31-5.0). Дадзеная праграмная рэалізацыя адпавядае выпадку $P_{\text{МГ}\Sigma,S}$ з табліцы 2.1 і здзяйсняецца з дапамогай стратэгіі каардынацыі ${}_{\lambda}S_0^{\ell}$.

Першы комплекс праграм рэалізуе ўвод (падрыхтоўку) і кантроль адпаведнасці зыходных дадзеных $(\mu,\gamma,\sigma,\overline{\psi})$. Другі комплекс праграм рашае задачу выбару структуры ўзаемадзеянняў ${}_{\sigma}U$ у залежнасці ад характарыстык матэрыяла. Трэці выконвае разбіццё на канструктыўныя элементы ў залежнасці ад зыходных дадзеных, матэрыяла дэталі, аперацыі формаўтварэння (мал.5.6) і выконвае дзеянні метрычнага пераўтварэння. Апошні адлюстроўвае вынікі выканання аперацый формаўтварэння.

Кожны комплекс праграм складаецца з асноўнай функцыі і набора дадатковых функцый.

У асноўнай функцыі ўтрымліваюцца аператары ініцыялізацыі графічнага рэжыма работы дысплея, аператары звароту да дадатковых функцый і адлюстравання вынікаў выканання кожнай з іх. Гэта адлюстраванне рэалізуецца па націсканню азначанай клавішы ці камбінацыі клавіш. Усе апісанні функцый, азначэнне глабальных зменных і канстант, шаблоны структур і апісанні масіваў сабраны ў спецыяльных файлах загалоўкаў, маючых пашырэнне .dm. Для кіравання зваротамі да дадатковых функцый служыць меню.

Праведзеная ацэнка вылічальнай складанасці працэдур геаметрычнага канструявання і імітацыі дзеянняў формаўтварэння прапануемымі метадамі характарызуе дапушчальнасць (прымальнасць) розных этапаў мадэлявання для інтэрактыўнай работы.

ПК уваходзіць у склад падсістэмы САПР тэхналагічнай падрыхтоўкі вытворчасці і ўкаранёны ў вытворчым аб'яднанні "Экран", г.Барысаў.

5.4. Высновы

Практычныя вынікі дысертацыі ўкаранёныя ў навукова-даследчых і вопытна-канструктарскіх праектах у НВА "Гарызонт" (праектаванне і распазнаванне дэфектаў друкаваных плат), вытворчым аб'яднанні "Экран" (у сродках САПР тэхналагічнай падрыхтоўкі вытворчасці), Гандлёва-прамысловым саюзе (тэхналогія канструявання дэталяў машын у іерархічных многаўзроўневых сістэмах), у праектах ICIMS-NoE і AMETMAS-NoE-CP96-0026 праграмы INCO-COPERNICUS Еўрапейскага Саюза (Robot Control System Design), а таксама ў навучальным працэсе Беларускага універсітэта культуры (пры правядзенні лабараторных работ па курсу "Камп'ютэрная графіка"), Вучэбнага Цэнтра павышэння кваліфікацыі вышэйшых інжынерных кадраў прадпрыемстваў радыётэхнічнай, электроннай, электратэхнічнай, оптыка-механічнай і прыборабудаўнічай галін Міністэрства прамысловасці пры БДПА "Кадры індустрыі" "Сучасныя тэхналогіі і паляпшэнне эфектыўнасці вытворчасці" і гімназіі-коледжа № 24.

Разгледжаны ўзоры рашэння задач згібання плоскай ліставой дэталі, пабудовы бягучых хваляў дэфармацыі прапанаванымі сродкамі.

На базе разгледжанага геаметрычнага выраза распрацаваны шэраг эфектыўных алгарытмаў, сярод якіх алгарытмы выгібання і згібання ў цыліндр, бягучых хваляў дэфармацыі і іншыя.

Прымяненне гэтых алгарытмаў дазваляе паменьшыць час вылічэнняў на парадак ў параўнанні са стандартнымі алгарытмамі (МКЭ, МГЭ) пры аднолькавых зыходных умовах і атрымаць пры гэтым болей інфарматыўны вынік (выводзіцца рух трохмерных аб'ектаў). Распрацаваныя метады устойлівыя да хібнасці разлікаў. Распрацаваныя алгарытмы маюць меншую залежнасць ад колькасці элементаў разбіення і прымяняюцца як для імітацыі рухаў з пераносам масы, так і для аперацый формаўтварэння.

Упершыню прыменены агульныя зоны (узаемадзеянні) сумежных элементаў для накладання канструктыўных абмежаванняў. Выкарыстоўванне гэтых агульных абласцей паскарае выкананне пераўтварэнняў і на парадак памяншае вылічальную складанасць і патрабаванні да памяці ЭВМ.

Практычная рэалізацыя і выкарыстанне распрацаванага ПЗ дазваляе зрабіць высновы адносна перспектыўнасці прапанаванага падыхода да азначэння аб'екта канструявання ў САПР сродкамі тэорыі іерархічных многаўзроўневых сістэм і прымянення распрацаваных метадаў імітацыі рухаў і дэфармацый.

Эксперыментальныя выпрабаванні і эксплуатацыя распрацаванага ПЗ пацвярджаюць шырокія магчымасці, эфектыўнасць і мэтазгоднасць выкарыстання прапануемых сродкаў.

Рэкамендацыі па выкарыстоўванню - прапануемая сістэма геаметрычных выразаў і распрацаваныя метады рухаў і дэфармацый могуць быць выкарыстаны ў САПР (у працэсах іх стварэння і дзейнасці) і ў сістэмах робататэхнікі.

ЗАКЛЮЧЭННЕ

Развіццём сістэм аўтаматызаванага праектавання, ростам аб'ёмаў іх выкарыстання на сучасным этапе абумоўлены значнасць і актуальнасць далейшых даследаванняў і распрацоўкі болей дасканалых падыходаў да азначэння аб'екта канструявання і ўсіх этапаў яго жыццёвага цыкла.

Зараз існуюць (у праекцыі на тэму працы) два адасобленыя кірункі стварэння і апрацоўкі геаметрычных мадэляў аб'екта канструявання, адзін з якіх арыентаваны на праектаванне рухаў, а другі - на аналіз дэфармацый. Іх сувязь у сучасных сістэмах праектавання у яўным выглядзе не ўлічваецца, што робіць іх недастаткова адпаведнымі рэальным задачам і, як вынік, недастаткова эфектыўнымі.

Немагчымасць рашэння задач узгодненай змены структур розных узроўняў (сувязі рухаў і дэфармацый) абумоўлена, у першую чаргу, недастатковасцю наяўнага тэарэтычнага апарата, які звязвае геаметрыю аб'ектаў і іх навакольны свет з фізічнымі характарыстыкамі. Зроблена выснова, што рашэнне пастаўленай задачы з дапамогай раней вядомых матэматычных метадаў не ўяўляецца магчымым, у сувязі з чым узнікае неабходнасць распрацоўкі спецыяльных метадаў.

У дысертацыі абаснавана неабходнасць стварэння такіх тэарэтычных сродкаў і прапанаваны шляхі яе рэалізацыі [97, 98]. Распрацаваны новы падыход да рашэння праблемы аб'яднання метадаў азначэння дынамікі структур. Далей пералічаны асноўныя навуковыя і практычныя вынікі работы.

1. Распрацавана тэарэтычная аснова механізмаў разліку рухаў і дэфармацый аб'ектаў канструявання - іерархічная многаўзроўневая сістэма геаметрычных выразаў аб'ёмных цел [87, 88, 91, 93, 99-103], якая ў адрозненне ад раней вядомых мае шэраг новых адзнак:

- наяўнасць структур у геаметрычных аб'ектаў любой размернасці (у тым ліку ў кропак);
- бесперапыннае злучэнне дыскрэтных сістэм сваімі элементамі болей нізкіх узроўняў;
- магчымасць росту (агрэгавання) і зніжэння ўзроўня геаметрычных характарыстык (змянення тапалагічных характарыстык аб'ектаў са зменай іх маштабаў);
- міжузроўневыя сувязі геаметрычных параметраў з фізічнымі (дынамічнымі) характарыстыкамі сістэм.

Праведзена даследаванне ўласцівасцей і асаблівасцей класаў структур геаметрычных аб'ектаў, на аснове якіх стала магчымай практычная рэалізацыя пастаўленай задачы.

2. Упершыню ўведзены паняцці ўмоўных кропак, ліній, кавалкаў паверхняў. У выніку даследавання ўласцівасцей умоўных кропак адзначана, што

клас дзеянняў з імі багацей за адпаведны клас з ідэальнымі аб'ектамі - дадаюцца два новыя дзеянні: маштабаванне і змена (зніжэнне ці павышэнне) ўзроўня.

Даследаваны канструктыўныя ўласцівасці і асаблівасці, на аснове якіх вызначаны спосабы пабудовы любой сістэмы азначаных класаў.

Прапанавана азначэнне канструктыўнай размернасці і звязанасці і спосабы іх разлікаў [91, 99-101, 103-105].

3. Распрацавана сістэма дзеянняў, якая дазваляе кіраваць зменамі геаметрычных выразаў. Уведзены два механізмы дынамікі сістэмы: развіццё ва ўмовах раўнавагі (не змяняе ўзровень) і развіццё ва ўмовах росту (адбываецца змена ўзроўня (размернасці) сістэмы).

Для кожнага механізма разгледжаны адпаведныя яму дзеянні складання (злучэння) і множання (дзялення); выяўлены іх матэматычныя ўласцівасці.

Праведзенае даследаванне дазволіла зрабіць выснову, што дзеянні складання ва ўмовах росту адпавядаюць працэсам сінтэза структур, а імітацыя рухаў і дэфармацый грунтуецца на дзеяннях злучэння ва ўмовах раўнавагі. Дзеянні множання, у адрозненне ад складання, дазваляюць здзяйсняць змену ўзроўня (размернасці) за адзін крок. Але іх асноўнае прызначэнне - кіраваць зменай стратэгій каардынацыі. [85. 87, 103-111].

4. Прапанаваны і даследаваны новыя тэарэтычныя сродкі імітацыі звязаных рухаў і дэфармацый [85, 86, 88, 93, 107. 112-118]:

- прапанавана азначэнне фізічных характарыстык у тэрмінах іерархічных многаўзроўневых сістэм, сувязь геаметрычных і фізічных параметраў;

- азначэнне рухаў і дэфармацый уведзена сродкамі іерархічных многаўзроўневых сістэм як узгодненае змяненне структур розных узроўняў. Гэта дазволіла стратыфікаваць рухі і дэфармацыі па іх прыродзе і па ўзроўнях азначанасці ведаў аб іх. Тым самым задача кіравання рухамі і дэфармацыямі зведзеная да задачы каардынацыі ў іерархічных многаўзроўневых сістэмах.

Такім чынам, тэарэтычны базіс, пакладзены ў аснову дысертацыйнай работы, меў вырашальны ўплыў на атрыманыя вынікі. Яго прымяненне азначае таксама магчымасць стандартызацыі інфармацыйных сродкаў на ўсіх узроўнях сістэм канструявання, што павышае практычную значнасць работы.

5. На базе прапанаванага геаметрычнага выраза распрацавана кібернетычная тэхналогія ўтварэння сістэм рознай размернасці і разліку іх рухаў. Адметная рыса гэтай тэхналогіі - магчымасць прымянення ў такіх практычных задачах, дзе змена будовы вядзе да змены палажэння ў навакольным свеце. Гэты эфект мае ключавое значэнне ў задачах канструявання і разліку рухаў гібкіх многазвенных маніпулятараў і біямеханічных робатаў. Распрацаваны шэраг эфектыўных алгарытмаў формаўтварэння і рухаў з пераносам масы (бягучых хваляў дэфармацыі). Упершыню прапанавана прымяніць агульныя зоны (узаемадзеянні) сумежных элементаў для накладання канструктыўных абмежаванняў, што паскорыла выкананне пераўтварэнняў і паменшыла

вылічальную складанасць і патрабаванні да рэсурсаў ЭВМ [108-110, 117, 119-122].

Эксперыментальныя выпрабаванні і эксплуатацыя распрацаванага праграмнага забеспячэння пацвярджаюць новыя магчымасці, эфектыўнасць і мэтазгоднасць выкарыстання прапануемых сродкаў.

Практычныя вынікі дысертацыі ўкаранёныя ў навукова-даследчых і вопытна-канструктарскіх праектах у НВА "Гарызонт" (праектаванне і распазнаванне дэфектаў друкаваных плат), вытворчым аб'яднанні "Экран" (у сродках САПР тэхналагічнай падрыхтоўкі вытворчасці), Гандлёва-прамысловым саюзе (тэхналогія канструявання дэталяў машін у іерархічных многаўзроўневых сістэмах), у праектах ICIMS-NoE і AMETMAS-NoE-CP96-0026 праграмы INCO-COPERNICUS Еўрапейскага Саюза (Robot Control System Design), а таксама ў навучальным працэсе [123-127] Беларускага універсітэта культуры (пры правядзенні лабараторных работ па курсу "Камп'ютэрная графіка"), Вучэбнага Цэнтра павышэння кваліфікацыі вышэйшых інжынерных кадраў прадпрыемстваў радыётэхнічнай, электроннай, электратэхнічнай, оптыка-механічнай і прыборабудаўнічай галін Міністэрства прамысловасці пры БДПА "Кадры індустрії" "Сучасныя тэхналогіі і паляпшэнне эфектыўнасці вытворчасці" і гімназіі-коледжа № 24.

Рэкамендацыі па выкарыстанню - прапанаваная сістэма геаметрычных выразаў і распрацаваныя метады аналіза рухаў і дэфармацый могуць быць выкарыстаны як для канструявання геаметрычных аб'ектаў, так і для імітацыі змены рэальных сістэм і стварэнне механізмаў кіравання імі.

Дысертацыйная работа не прэтэндуе на паўнату рашэння пастаўленай задачы і з'яўляецца хутчэй указаннем магчымых шляхоў яе рашэння, якія патрабуюць далейшых навуковых даследаванняў - тэарэтычных і эксперыментальных.

СПІС ВЫКАРЫСТАНЫХ КРЫНІЦ

1. Browne J., Sackett P.J., Wortmann J.C. Future Manufacturing Systems - Towards the Extended Enterprise // Computers in Industry. - 1995.- Vol 25.- P.235-254.
2. Горанский Г.К. К теории автоматизации инженерного труда. - Минск: Изд-во АН БССР, 1962.- 216с.
3. Махнач В.И., Швед О.Л. Автоматизация проектирования технологических процессов горячей штамповки на основе имитационного моделирования // Весці АН Беларусі. Сер.фіз.-тэхн. навук.- 1994.- N3. - С.85-88.
4. Норенков И.П. Введение в автоматизированное проектирование технических устройств и систем. - М.:Высшая школа, 1986.- 304с.
5. Ракович А.Г. Основы автоматизации проектирования технологических приспособлений. - Мн.: Наука и техника, 1985. - 285с.
6. Римский Г.В. Теория САПР: Интеллектуальные САПР на базе вычислительных комплексов и сетей. - Мн.: Наука и техника, 1994.- 631с.
7. Стародетко Е. А. Элементы вычислительной геометрии. - Мн.: Наука и техника, 1986. - 183с.
8. Левин Г.М., Танаев В.С. Декомпозиционные методы оптимизации проектных решений. - Мн.: Наука и техника, 1978. - 240с.
9. Цветков В.Д. Системно-структурное моделирование и автоматизация проектирования технологических процессов. - Мн.: Наука и техника, 1979. - 264с.
10. Ярмош Н.А. Информационное обеспечение процессов проектирования. - Мн.: Наука и техника, 1975.- 264с.
11. Липницкий С.Ф., Ярмош Н.А. Моделирование интеллектуальных процессов в инженерных информационных системах. - Мн.: Беларуская навука, 1996. - 222с.
12. Горелик А.Г. Автоматизация инженерно-графических работ с помощью ЭВМ. - М.: Высш. школа, 1980. - 208с.
13. Стародетко Е.А. Математическое моделирование лекальных поверхностей. - Мн.: Наука и техника, 1984.- 126с.
14. Автоматизация проектирования технологических процессов и средств оснащения / Под ред. А.Г.Раковича. - Минск: Ин-т технической кибернетики НАН Беларуси, 1997. - 276с.
15. Шпур Г., Краузе Ф.Л. Автоматизированное проектирование в машиностроении. - М.:Машиностроение, 1988. - 648с.
16. Энкарначчо Ж., Шлехтендаль Э. Автоматизированное проектирование: основные понятия и архитектура систем. -М.:Радио и связь.- 1986. - 287с.
17. Forrest A. Computational Geometry // Proc.Roy.Soc.London A. - 1971.- A-321. - P.187-195.

18. Lee D.T., Preparata F.P. Computational Geometry: a Survey // IEEE Trans. Comput. - 1984.- Vol. C-33, No.12.- P.1072-1101.
19. Автоматизированное проектирование. Геометрические и графические задачи / В.С.Полозов, О.А.Будеков, С.И.Ротков и др. - М.: Машиностроение, 1983. - 280с.
20. Стоян Ю.Г., Яковлев С.В. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования. -Киев:Наук. думка,1986.-268с.
21. Mortenson M.E. Geometric Modeling. - Wiley, New York, 1997.
22. Рекомендации. САПР. Типовые методы геометрического моделирования объектов проектирования. Стандарт. Р50-34-87 / А.Г.Буравкин, Е.А. Стародетко, О.И.Глушков и др. - М.: Госкомстандарт СССР, 1988. - 111с.
23. Pels H.J., Wortmann H., Goossenaetrs J. Product and Process Modeling // State of the art surveys (SOTAS). ICIMS-NoE. - 1996. - P.72-120
24. Computer Aided Design. Special Issue: Motion design and kinematics. - 1998.- Vol.30, No3.
25. Nonrigid Motion Analysis: Articulated and Elastic Motion /Aggarwal J.K., Cai Q., Liao W., Sabata B. // CVIU. - 1998.- Vol.70, No.2.- P.142-156.
26. Roshel Otto. Rational Motion Design - a Survey // CAD.- 1998.- Vol.30, No.3.- P.169-178.
27. Sederberg T.W., Parry S.R. Free-form Deformation of Solid Geometric Models //Computer Graphics. - 1986.- 20(4).- P.151-160.
28. Kervrann Ch., Heitz F. A Hierarchical Markov Modeling Approach for the Segmentation and Tracking of Deformable Shapes // Graphical Models and Image Processing. - 1998.- Vol.60, No.3.- P.173-195.
29. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твёрдого тела. - М.: Мир, 1987. - 328 с.
30. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. - М.: Мир, 1987. - 542 с.
31. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. - М.: Мир, 1979. - 388 с.
32. Ge Q.J., Ravani B. Computer Aided Geometric Design of Motion Interpolants// ASME J. Mechanical Design. - 1991.- Vol.32, No.2.- P.33-41.
33. Barr A. Superquadrics and Angle-Preserving Deformations // IEEE Computer Graphics and Appl. - 1981.- 1(1).- P.11-23.
34. Barr A. Global and Local Deformations of Solid Primitives // Computer Graphics.- 1984.- 18(3).- P.21-30.
35. Cohen L.D., Cohen I. Finite Element Methods for Active Contour Models and Balloons for 2-D and 3-D Images // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence. - 1993.- 15(11).
36. Chinosi C., Della Croce L., Scapolla T. Hierarchical Finite Elements for Thin Plates and Shells // Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences. -

1998.- 5(2).- P.151-160.
37. Darboux G. Sur les mouvements algebriques. Lecons de Cinematique, Note 111, ed. Koenigs G. Gauthier-Villas, Paris, 1890.
38. Karger A. Space Kinematics and Lie Groups. - Gorgdon and Breach, London, 1985.
39. Ройтенберг Я.Н. Некоторые задачи управления движением. - М., Физматгиз, 1963. - 140 с.
40. Бернштейн Н.А. Очерки по физиологии движений и физиологии активности. - М.: Медицина, 1966.
41. Аруин А.С., Зациорский В.М. Эргономическая биомеханика. - М. Машиностроение, 1988. - 256 с.
42. Новикова С.И. Применение формальной модели иерархической многоуровневой системы для построения информационно- логических структур баз данных // Методы синтеза и планирования развития структур крупномасштабных систем: Тез. всесоюзн.совещ.-семинара / СГУ. - Саратов, 1986.- С.130-131.
43. Новікава С.І., Мятлюк К.Н. Аэд: стандартны блок іерархічных многаўзроўневых сістэм // Теория и методы автоматизации проектирования сложных систем и автоматизации научных исследований.- Минск, Ин-т техн.кибернетики АН БССР, 1990.- С.39-49.
44. Product modeling / Krause F.-L., Kimura F., Kjellberg T., Lu S.C.-Y. // Annals of the CIRP.- 1993.- 42(2).-P.695-706.
45. Anderl R. State of the art in product modeling. Technical report, TH Darmstadt, 1995.
46. Alting L., Legarth J.B. Life cycle engineering and design // Annals of the CIRP.- 1995.- 44(2).-P.569-580.
47. Requicha A.A., Voelcker H.B. Solid Modeling: Current Status and Research Directions // IEEE Computer Graphics and Applications. - 1983. - Vol.3, No 7. - P. 25-35.
48. Старадзетка Я.А., Бураўкін А.Г. Праецыраванне алгебраічных паверхняў. - Мінск, 1990.-16с.(Прэпрынт / Ін-т тэхн. кібернетыкі АН БССР, N9).
49. Бураўкін А.Г. Вызначэнне абрысаў алгебраічных паверхняў. - Мінск, 1990.- 24с.(Прэпрынт / Ін-т тэхн. кібернетыкі АН БССР, N28).
50. Буравкин А.Г. Аналитический метод получения изображения алгебраической поверхности // Автометрия.- 1990.- N4.- С.3-5.
51. Lee I.-K., Kim M.-S., Elber G. Polinomial/Rational Approximation of Minkovsky Sum Boundary Curves // GMIP. - 1998.-Vol.60, No.2.- P.136-165.
52. Goldman Ronald N. Two Approaches to a Computer Model for Quadric Surfaces // IEEE Computer Graphics and Applications. - 1983. - Vol 3, No 6. - P. 21-24.
53. Mantyla M., Sulonen R. GWB: A Solid Modeler with Euler Operators // IEEE Computer Graphics and Applications. - 1982. - Vol 3, No 6. - P.17-31.

54. Navazo I., Ayala D., Brunet P. A Geometric Modeller Based on the Exact Octree Representation of Polyhedra // North- Holland Computer Graphics Forum. - 1986.- Vol.5, No.2. - P. 91-104.
55. Yogech N. Shinde, Mudur S.P. Algorithms for Handling the Fill Area Primitive of GKS // North-Holland Computer Graphics Forum.-1986.-Vol.5, No.2.- P.105-117.
56. Yau John F.S., Duffy Neil D. A Texture Mapping Approach to 3-D Facial Image Synthesis // North-Holland Computer Graphics Forum. - 1988.- Vol.7, No.2. - P. 129-135.
57. Bakker M. Adding Name Sets and Workstation Filters to GKS: a Future Extension // North-Holland Computer Graphics Forum. - 1988.- Vol.7, No.1. - P. 3-7.
58. Willis P.J., Watters G.W. Colour Raster Operations // Noth- Holland Computer Graphics Forum. - 1988.- Vol.7, No.3. - P. 151-160.
59. Bardinet E., Cohen L.D., Ayache N. A Parametric Deformable Model to Fit Unstructured 3D Data // Computer Vision and Image Understanding. - 1998.- Vol.71, No.1.- P.39-54.
60. Tiller W. Rational B-Splines for Curve and Surface Representation // IEEE Computer Graphics and Applications. - 1983.- Vol.3, No.6. - P. 61-69.
61. Goldman Ronald N. An Urnful of Blendind Functions // IEEE Computer Graph. and Applic. -1983.- Vol.3, No7. - P. 15-44.
62. Dodd S.L., McAllister D.F., Roulier J.A. Shape- Preserving Spline Interpolation for Specifying Buvariate Functions on Grids // IEEE Computer Graphics and Applications. - 1983.- Vol.3, No.6. - P. 70-79.
63. McLaughlin H.W. Shape-Preserving Planar Interpolation: An Algorithm // IEEE Computer Graphics and Applications. -1983.- Vol.3, No 3. - P. 58-67.
64. Hanna Samir L., Abel John F. and Greenberg Donald P. Modeling of Movement by Means of Look-up Tables // IEEE Computer Graphics and Applications. -1983.- Vol.3, No 7.- P. 39-48.
65. Gordon W.J. An Operator Calculas for Surface and Volume Modeling // IEEE Computer Graphics and Applications. - 1983. - Vol 3, No 7. - P.18-22.
66. Barnhill R.E. A Survey of the Representation and Design on Surfaces // IEEE Computer Graphics and Applications. - 1983. - Vol 3, No 7. - P.9-16.
67. Sarraga R.F. Computation of Surface Areas in GMSolid // IEEE Computer Graphics and Applications. - 1982. - Vol 3, No 6. - P.65-70.
68. Amenta Nina, Bern M., Eppstein D. The Crust and the b-Skeleton: Combinatorial Curve Reconstruction // GMIP. - 1998.- Vol.60, No.2.- P.125-135.
69. Newell R.G. and Parden G. Parametric Design in the MEDUSA System // Computer Applications in Production and Aid Engineering: Proc. of the Intern. Conf. (CAPE'83), Amsterdam, the Netherlands, 25-28, April 1983. - Amsterdam, 1983. - P.667- 677.

70. Tilove R.B. Extending Solid Modeling Systems for Mechanism Design and Kinematic Simulation // IEEE Computer Graphics and Applications. - 1983. - Vol 3, No 3. - P.9-18.
71. Dube R.P. and Smith M.R. Managing Geometric Information with a Database Management System // IEEE Computer Graphics and Applications. - 1983. - Vol 3, No 7. - P. 57-62.
72. Ulfsby S., Meen S. and Oian J. Tornado: A Data-Base Management for Graphics Applications // IEEE Computer Graphics and Applications. - 1982. - Vol 3, No 3. - P.71-79.
73. Kawagoe K. and Managaki M. Parametric Objects Model and its Applications to Mechanical Product Design // Computer Applications in Production and Aid Engineering: Proc. of the Intern. Conf., Amsterdam, the Netherlands, 25-28, April 1983. - Amsterdam, 1983. - P.353-370.
74. Carson G.S. The Specification of Computer Graphics Systems // IEEE Computer Graphics and Applications. - 1983. - Vol 3, No 6. - P.27-41.
75. Dana S.Nau and Tien-Chien Chang. Prospects for Process Selection Using Artificial Intelligence // Computer in Industry. -1983.- Vol.4.- P.253-263.
76. Yoshikawa H. Automation of Thinking in Design // Computer Applications in Production and Aid Engineering: Proc. of the Intern. Conf., Amsterdam, the Netherlands, 25-28, April 1983 / Amsterdam, 1983. - P.405-417.
77. Burger W.F. MLD: A Language and Data Base for Modeling // Computer Applications in Production and Aid Engineering: Proc. of the Intern. Conf., Amsterdam, the Netherlands, 25-28, April 1983/Amsterdam,1983. -P.359-371.
78. Cholvy L. and Foisseau J. Representation of Information in a Design Process // Computer Applications in Production and Aid Engineering: Proc. of the Intern. Conf., Amsterdam, the Netherlands, 25-28, April 1983 / Amsterdam, 1983.- P.545-557.
79. Bittner J. Data Independence in CAD/CAM Data Bases // Computer Applications in Production and Aid Engineering: Proc. of the Intern. Conf., Amsterdam, the Netherlands, 25-28, April 1983/Amsterdam, 1983.-P.573-587.
80. Bidarra R., de Kraker K.J., Bronsvoort W.F. Representation and Management of Feature Information in a Cellular Model //CAD.-1998. - Vol.30, No.4.- P.301-313.
81. Salomans O.W., van Houten F.J.A.M., Kals H.J.J. Review of research in feature based design // J. of Manufacturing Systems. - 1993.- Vol.12, No.2. - P.113-132.
82. Deitz D. Next-generation CAD Systems // Mechanical Engineering. - 1996. - No.8. - P. 68-75.
83. Karcanias N. Methodologies and Design Tools of Systems Theory and Control // State of the art surveys (SOTAS). ICIMS-NoE.. 1997. - P.121-160.
84. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. - М.: Мир, 1973. - 344 с.

85. Aed Technology for Ecological, Social and Engineering Systems Coordination / Novikava S.I., Miatliuk K.N., Gancharova S.A. e.a. // Modular Information Computer Systems and Networks: Proceedings of 8th International ICS-NET Symposium / Dubna, 1991. - P.145-152.
86. Ecological, Social and Enginering Levels Interactions in Hierarchical Multilevel Systems / S.Novikava, V.Rebeko, V.Kaliada, S.Gancharova, e.a.// General And Applied Chemistry: Proceedings of XV Mendeleev EPGACH Congress/ Minsk, 1993. -Vol. 2.- P.401 - 402.
87. The Structure and the Dynamics of Information in Design Systems/ S.I.Novikava, G.V.Ananich, K.N.Miatliuk, I.V.Galavenchik, S.A.Gancharova e.a.//Engineering Design: Proceedings of the 7th ICED Conference/ Dubrovnik, 1990. - Vol. 2. - P. 946-953.
88. Aed Construction and Technology in Design / S.Novikava, K.Mialtiuk, S.Gancharova, W.Kaliada // Large Scale Systems: Proceedings of 7th IFAC/IFORS/IMACS LSS Symposium, London / IFAC. - London: Pergamon Press, 1995. - P.379-384.
89. Месарович М., Такахара Я. Общая теория систем: математические основы. - М.: Мир, 1978. - 312 с.
90. Лебег Г. Об измерении величин. - М.: Гос. уч.-пед. изд-во, 1938. - 208 с.
91. Новікава С.І., Ганчарова С.А. Некалькі задач тэорыі іерархічных многаўзроўневых сістэм. - Мінск, 1990. - 30с. (Прэпрынт/ Ін-т тэхн. кібернетыкі АН БССР; №21).
92. Новикова С.И., Метлюк К.Н. Применение модели двухуровневой системы в задачах синтеза геометрических объектов // Методы и средства обработки сложной графической информации: Тез. докл.всесоюзн. конф. / ГГУ. - Горький, 1988.- Ч.1. - С.113.
93. Гончарова С.А., Новикова С.И. Представление геометрической информации для задач динамики объемных тел в неоднородных средах // Методы и средства обработки сложной графической информации: Тез. докл. всесоюзн. конф. / ГГУ. - Горький, 1988.- Ч.1. - С.78.
94. Добролюбов А.И. Бегущие волны деформации. - Минск: Наука и техника, 1987. - 144 с.
95. Добролюбов А.И. Волновые движения деформируемых тел и жидкостей. - Минск: Наука и техника, 1989. - 94 с.
96. Бауэр Л. Инженерная группа разрабатывает одновременно конструкцию и технологию // Welding Design and Fabrication. - 1990. - N9. - С.35-37.
97. Лебедева С.А. Анализ способов представления геометрических данных в САПР // Математические вопросы автоматизации проектирования и испытаний. - Минск: ИТК АН БССР, 1986. - С.46-53.
98. Геометрические модели в современных зарубежных системах проектирования и обработки видеоинформации / С.И.Новикова, О.В.Гоян,

С.А.Гончарова, К.Н.Метлюк. - Минск, 1989. - 20 с. (Препринт/Ин-т техн. кибернетики АН БССР, № 36).

99. Aed Theory and Hierarchical Knowledge Networks/S.Novikava, K.Miatliuk, S.Gancharova, e. a. // Life Cycle Approaches to Production Systems: Management, Control, Supervision: Proceedings of the Annual Conference of ICIMS-NOE (E.P.9251) on ASI'96/ Toulouse, France, 1996. - P.377-386.
100. Aed Theory in Hierarchical Knowledge Networks/ S.Novikava, K.Miatluk, S.Gancharova, e. a. //Studies in Informatics and Control. - 1997. - Vol.6, No1. - P.75-85.
101. The Statute of Hierarchical Mathematics and Its Cybernatical Maintenance / S.Novikava, S.Gancharova, A.Zhybul, e.a.// Mathematical and Computer Modelling and Scientific Computing: Preprints of 11th International Conference / Washington, DC, USA, 1997. - P.149.
102. Межы вядомых матэматычных кодаў і магчымасці іх разгортвання / С.Новікава, А.Жыбуль, А.Бураўкін, С.Ганчарова. // Еругинские чтения-V: Тез.докл.междунар.матем.конф., Ч.2., Магилёв, 26-28 мая 1998г. / Могилёв: МГУ им.А.А.Кулешова, 1998. - С.73.
103. Novikava S., Gancharova S., Buka P. Mathematics Construction in Aed Theory // Large Scale Systems: Theory and Applications: Preprints of 8th IFAC/IFORS/IMACS/IFIP Symposium, Rio Patras, Greece, July 15-17, 1998 / University of Patras. - Rio Patras, 1998. - P.1024-1029.
104. Aed Theory and its Realizations by Hierarchical Knowledge Networks / S.Novikava, K.Mialtiuk, S.Gancharova e. a. // Supplementary Ways for Improving International Stability: Preprints of the IFAC Conference, Vienna, September 28-30, 1995 / SWIIS. - Vienna, Austria, 1995. - P.99-106.
105. Aed Theory and Hierarchical Knowledge Networks/ S.Novikava, K.Miatliuk, S.Gancharova, e.a. // Life Cycle Approaches to Production Systems: Management, Control, Supervision: Preprints of the Annual Conference of ICIMS-NOE on Advanced Summer Institute/Toulouse, France, 1996. - P.85-86.
106. Моделирование активных систем / Г.Г.Маньшин, С.И.Новикова, С.А.Гончарова, В.В.Храбров // Организация и управление: Тез. докл. науч.-теор.конф. / БелНИИНТИ. - Минск, 1989.- Ч.6. - С.126-128.
107. Новикова С.И., Гончарова С.А. Межуровневые связи динамических систем // Фундаментальные и прикладные проблемы космонавтики (в рамках 5 Королёвских чтений): Материалы II республ.НТК / Киев, 1990. - С.24-25.
108. The Theoretical Model and the Application of Aed-processor / S.Novikava, K.Miatliuk, G.Ananich, L.Mazanik, S.Gancharova e. a.//Neural Networks and Neural Computing: Proceedings of The International NEURONET Symposium/Prague, Czech Rep., 1990. - P. 259-261.
109. Теоретическая конструкция аэд-процессора и его действующие аппаратно-программные макеты / С.И.Новикова, К.Н.Метлюк, С.А.Гончарова и др. //

Физические основы построения устройств обработки информации на молекулярном уровне: Материалы II всесоюз. совещ. /МНИИПУ. - Москва, 1990. - С. 15.
110. Согласование структурной динамики систем разных уровней в аэд-процессоре / Метлюк К.Н., Новикова С.И., Гончарова С.А. и др. // Биомолекулярный компьютинг: Тез. всесоюзной школы-семинара /МНИИПУ. - М., 1991.- с.67.
111. Symbol Constructing Dynamics in Aed Technology / S.Novikava, K.Miatliuk, W.Kaliada, S.Gancharova, e.a. // Автоматический контроль и управление производственными процессами: Тезисы респ.НТК / БГТУ. -Минск, 1995. - С.24.
112. Гончарова С.А. Моделирование межуровневых переходов на примере физических систем // Эргономическое и организационное обеспечение качества создаваемых и эксплуатируемых систем: Сб. ст. / ИТК АН БССР. - Минск, 1989. - С.96-100.
113. Гончарова С.А. Моделирование движений и деформаций объёмных тел в неоднородных средах / Российск. Акад. наук. Ин-т пробл. автомат. и телемех. - М., 1989. -7с.; ил. - Деп. в ВИНИТИ 14.02.89, №927-В89 // РЖ: 16В. Механика. - 1989. - №6. - 6В1ДЕП. - С.1.
114. Ганчарова С.А. Рух і дэфармацыя у аэдзе // Теория и методы автоматизации проектирования сложных систем и автоматизации научных исследований: Сб.ст. - Минск, 1990. - С.55-60.
115. Моделирование физико-химических свойств проектируемого объекта / Г.Г.Маньшин, Г.В.Ананич, С.А.Гончарова, В.Л.Супоницкий // Математическое и программное обеспечение интегрированных САПР электронных и электромеханических устройств: Сб.ст. - Тверь, 1990. -С.58-65.
116. Hierarchical Multilevel Systems in Aed Realization / S.Novikava, S.Staravoitaw, V.Kaliada, S.Gancharova e.a.// Mathematical and Computer Modelling: Proceedings 9th ICMCM'93 Conference / Berkeley, California, USA. -1993. - P. 71.
117. Chemical Technologies - the Instance of Changing Images in Systems of Automatic Control / S.Novikava, P.Groumpos, S.Gancharova e.a.// Еругинские чтения-V: Тез.докл. междунар. матем. конф.,Ч.2., Магілёў, 26-28 мая 1998г. / Могилёв: МГУ им.А.А.Кулешова, 1998. - С.72.
118. Hierarchical Mathematics: Theory of Sway / S.Novikava, S.Gancharova, A.Burawkin, e. a. //Large Scale Systems: Theory and Applications: Preprints of 8th IFAC/IFORS /IMACS/IFIP Symposium, Rio Patras, Greece, July 15-
17, 1998 / University of Patras. - Rio Patras, 1998. - P.480-487.
119. Гончарова С.А. Способ обработки изображений проектируемого объекта в задачах инженерного анализа // Эргономическое обеспечение

проектирования и эксплуатации изделий машиностроения: Тез. докл. науч.-методич. конф. /БелНИИНТИ. - Минск, 1988. - С.27-28.

120. Гончарова С.А. Применение формальной модели иерархической многоуровневой системы для моделирования деформации геометрических объектов // Системы автоматизированного проектирования в кузнечно-штамповочном производстве: Тез. докл. Всесоюзн. НТК, Свердловск, 11-13 октября 1988г. / ЦНИИ технологии машиностроения. - Москва, 1988. - С. 162-164.
121. Новикова С.И., Гончарова С.А. Способ распараллеливания решения задач управления деформациями и движениями физической и биомеханической природы // Распараллеливание обработки информации: Тез.7 всесоюз.школы-семинара / АН УССР. -Львов, 1989. - Ч.III. - С.28-29.
122. Ганчарова С., Новікава С. Азначэнне задач канструктара -тэхнолага ў тэорыі іерархічных многаўзроўневых сістэм// Автоматический контроль и управление производственными процессами: Тезисы респ.НТК / БГТУ.- Минск, 1995. - С.25.
123. Канструяванне каляровых дынамічных выяў фізічных, хімічных і біялагічных сістэм /В.Каляда, К.Мятлюк, С.Ганчарова, С.Новікава // Актуальныя праблемы беларускамоўнага выкладання тэхнічных і прыродазнаўчых дысцыплін у ВНУ: Матэрыялы навук.-метад. канф./ РТІ. - Мінск, 1993. - С.53.
124. Gancharova S., Ioska S. Dynamical Graphic Images of Natural and Technical Systems for Education // Информационные средства и технологии: Материалы 19 междунар. конф. / МЭИ. - Москва, 1993. - С. 224-225.
125. State Design&Control Realization In New Learning Technology / S.Novikava, S.Ioska, K.Miatliuk, S.Gancharova, A.Ivanow // School Effectiveness and Improvement: Proceedings of IX International ICSEI Congress/ Minsk, 1996. - P.70-72.
126. Інфармацыйныя тэхналогіі ў мастацтве: адукацыйная падтрымка/ Бураўкін А., Зязюля А., Ганчарова С. і інш. // Развіццё творчых здольнасцей студэнтаў: праблемы, пошукі, рашэнні: Тэз. дакл. нав.-метад. канф. / БУК. -Мінск, 1996. - С.54-55.
127. State of the Art of Mathematical Methods for the Modeling of Industrial Processes: Educational Implications / S.Novikava, N.Karcanias, S.Gancharova, e.a. // Issues and Challenges of Manufacturing and Control Education for the 21st Century: Proc. Of Intern. Symposium / Patras, Greece, 1997. - P. 254-261